



KNIHOVNA
ČESKÉHO STROJNÍKA
A ELEKTROTECHNIKA.

TECHNIKA POČÍTACÍ.

Rediguje Ing. FR. KARHAN.

I. LOGARITHMICKÉ PRAVÍTKO.



1912.

V PRAZE.

1912.

Časopis č. 10

Jöhle



KNIHOVNA
ČESKÉHO STROJNÍKA
A ELEKTROTECHNIKA.

TECHNIKA POČÍTACÍ.

Rediguje Ing. FR. KARHAN. *ms.*

I. LOGARITHMICKÉ PRAVÍTKO.



6966

1912.

V PRAZE.

1912.

Technika počítací.

□ □ □

I.

Logarithmické pravítko.

OBSAH:

Sečítání, odčítání, násobení, dělení, výhody a kontrola při sečítání, odčítání, násobení, dělení. Pravítko elektrotechnické. Umocňování a odmocňování. Stanovení libovolné mocniny. Logarithmy. Trigonometrie. Vysvětlení konstant na pravítku F. Různé typy pravítek. Hodinový tvar. O logarithmech. Nejdůležitější konstanty mathematické. Přehled matematiky.



Napsal: Ing. Fr. Karhan.



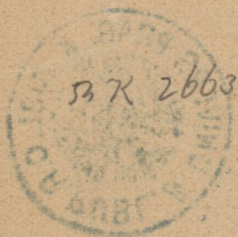
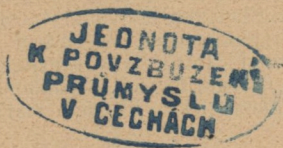
1912.

Vydal: Časopis „Český Strojník a Elektrotechnik“. Tiskla: Obchodní tiskárna „Merkur“ v Praze.

NÁRODNÍ KNIHOVNA



1003688410



Číslo 1
Strojnická a elektrotechnická

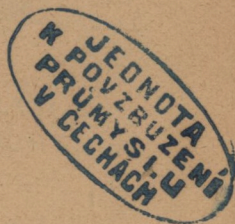
DRAHÉMU OTCI SVÉMU

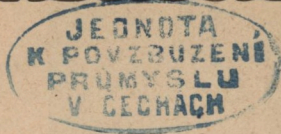
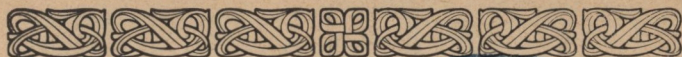
PANU

FRANTIŠKU KARHANOVÍ

VĚNUJE

AUTOR.





TECHNIKA POČÍTACÍ.

Pro mladé elektrotechniky upravil ing. František Karhan.

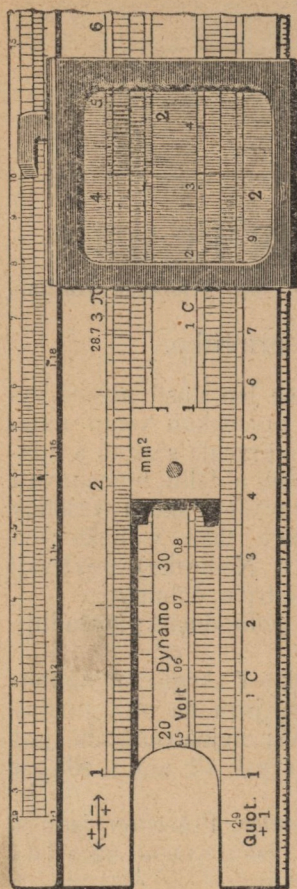
I. Logarithmické pravítko.

Pro rychlé a při tom přece jen dosti přesné výpočty je logarithmické pravítko pomůckou velmi důležitou: můžeme pomocí něho velmi rychle sečítati a odečítati libovolná skoro čísla, násobiti a děliti, umocňovati a odmocňovati atd., zkrátka prováděti skoro všechny v praxi běžné výpočty. — Proto také v některých zemích (Anglii, Spoj. Státech, v Německu) používají pravítka nejen inženýři, ale i mistři a dělníci.

Manipulace s ním je velmi jednoduchá; vyžaduje ovšem i ona jakéhosi cviku.

Systémů pravítek je několik. V Anglii nejoblíbenější je tvar hodinkový (stupnice jsou na obvodu kotouče a po obou stranách) u nás nejužívanějším jest pravítko Faberovo. Cena jeho je asi 12 kor.; zdá se býti drahým, ale čas je dražší.

Ostatní systémy na př. Nestler, Präcision jsou si více méně podobné, v principu jsou ovšem shodné a manipulace je u všech skoro táž.



Obr. 1.

Logarithmické pravítko skládá se ze 3 částí: viz obr. 1.

- 1.) Části pevné — základu (Z)
- 2.) pravítka posuvného — šoupátka (S)
- 3.) rámečku posuvného neboli fixačního — běhouna (B).

I. Část pevná Z má tyto stupnice:

- α) na straně čelní
- a) horní stupnice základu s dělením $1 \div 100$ bude označována (Z_{100})
- b) dolní stupnice základu s dělením $1 \div 10$ (Z_{10})

- β) na straně boční — (Z_B) (na druhé straně pob. je stupnice centimetrová)
- γ) na svém dně — (Z_D)

II. Část posuvná (S) má opět několik stupnic:

- α) na straně čelní
- a) horní stupnice šoupátka s děl. jako Z_{100} bude (S_{100})
- b) dolní stupnice sdělem jako Z_{10} označ. (S_{10})

β) na straně ke dnu obrácené

a) stupnice označená S pro sinusy úhlů

b) stupn. ozn. L logaritmů čísel (brigické)

c) stupn. ozn. T tangenty úhlů.

Z těchto stupnic je toliko stupnice L rovnoměrně rozdělena a toho využijeme k sečítání a odečítání prostých čísel, jenže budeme sečítati všechny od pravé strany k levé — místo obvyčejného směru od levé strany k pravé.

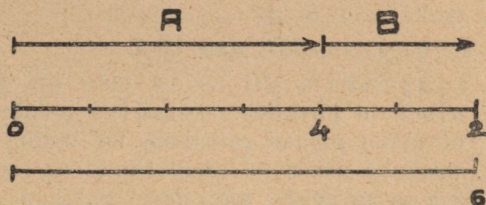
Sečítání a odečítání.

Sečítání a odečítání na pravítku založeno jest na prostém, jednoduchém principu: na arithm. sčítání úseček, totiž: ke konci úsečky jedné připojím začátek úsečky druhé; zkrátka sečtu prostě délky vyjádřené **stejnými** dílkami; a **stejně** dílky jsou na L , již tedy pro sečítání a odečítání použijeme.

Příklad:

Má se stanoviti součet 4 dílků $+$ 2 dílků — tedy třeba 4 cm $+$ 2 cm.

Provedení:



Obr. 2.



V bodě O vedeme přímku P a od bodu O odměříme na ni nejprve 4 cm a pak od bodu 4, který je nyní opět jakýmsi začátkem odměřování, tedy (nullou) opět 2 cm, takže celková délka bude

$$6 \text{ cm} 4 + 2 = 6$$

Podobně bychom mohli měřiti z prava na levo.

Úprava šoupátka před sečítáním:

Šoupátko budiž vsunuto do základu tak, že α) viděti stupnice S, L, T ; β) začátek stupnice L je pod začátkem Z_{100} (šoupátko v normální poloze), γ) střednice běhouna je na čísle 1 stupnice Z_{100} ($1Z_{100}$).

Postup měření pro příklad $x = 27 + 48 + 19$:

1. běhounem (B) tak, aby střednice padla nad 27 na stupnici L .
2. šoupátkem (S) tak, aby začátek L padl pod střednici běžce, (t. j. prvý koncový bod úsečky.)
3. běhounem (B) znovu tak, aby střednice přišla nad 48 (stále ovšem stupnice L .)
4. šoupátkem (S) jako při 2) t. j. aby 1 na L padlo pod B .
5. běhounem (B) nad 19 L .
6. šoupátkem ($\check{S}$) ne již jako při 4 nebo 2, nýbrž do původní normální polohy a v této normální poloze přečteme na stupnici L pod střednicí běžce — který zůstal netknutý — (na svém místě, kam došel polohou 5.) číslici

$x = 94$. Přesně-li jsme odměřovali, dostáváme výsledek přesný.

Jak viděti, je pochod naznačený docela prosté sečítání dílků. Na šoupátku vždy tyto dílky (počet dílků) odměříme, běhounem je jaksi fixujeme, označujeme si vždy koncovou polohu a od této označené polohy počítáme dál.

Pozn. Podobný postup jako je zde při sečítání bude zachován i při sečítání logaritmů čili násobení čísel.

Příklad 2. $14.7 + 19.3 + 23.9 = x$

Opět můžeme dosti přesně počítat, neboť máme ještě dělení hlavní stupnice, a sice při lichých desetinných na 5 dílků (Každý ten malý dílek znamená vlastně 2 desetiny. Při lichých desetinných stavíme střednici běhouna „od oka“ do prostřed mezi 2 sousední vyznačené dílky.) Zde ovšem již je třeba větší opatrnosti v nastavování šoupátka i běžce. Postup měření jako v 1.

Odečítání je opačný pochod sečítání. Když jsme tedy sunutím šoupátka a běhouna na levou stranu hodnoty sečítávali, musíme pohybovati S i B na pravou stranu, chceme-li odečítáti.

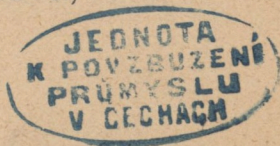
Příklad 3.

$$410 + 54 - 380 = x$$

Sečtu první 2 hodnoty! Tim přišel B do určité polohy.

Další postup :

1. Šoupátkem tak, aby 380 L přišlo pod B , (tedy pohyb šoupátka na pravo.)



2. Běhounem tak, aby střednice jeho padla nad začátek 1 L (tedy pohyb běhouna na pravo).
V této poloze zůstane běhoun státi.
3. Šoupátkem — do normální polohy.
4. Pod běhounem na (L) výsledek $84 = x$.

Příklad 4.

$$245 + 79 + 670 + 940 = x$$

Zde již narážíme na překážky! První z nich je: jak označiti 245? Pomůžeme si snadno. Považujme 10 dílků dřívějších nyní za 100 dílků (ale to ovšem pro celé sčítávání při tomto příkladě!)

Druhá překážka: sečteme prvé 3 číslice a jsme na konci s běhounem. Pomoc je snadná! Odečteme 1000 t. j. pod B dáme konec (1000) L — posun na pravo — a pak teprve přičteme 940. Výsledek 934 + ovšem 1000, který jsme ovšem odečetli a si pamatovali. Konečný výsledek 1934.

Pozn. Sčítání na pravítku se málo používá; je pro větší sloupce; sečítání je však měřením nejsnáze pochopitelným a vlastně pravý princip pravítka jeví se při něm nejjasněji, proto bylo o něm i zde pojednáno. Výhodné je použití na př. v tomto případě: $21 + 34 - 17 + 59 - 98 + 20 - 13$, kde je střídavé sečítání a odečítání.

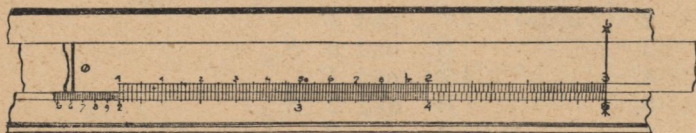
Násobení, dělení.

Násobení. Příklad 5. $2 \times 3 = 6$. Násobení čísel máme převést na sečítání (délek); součin na součet. A to je právě při počítání s log. Víme že; $\logarithmus \text{ součinu} = \text{součtu log. jednotlivých činitelů}$. Po-

něvadž pak musíme sčítati jen délky vyjádřené stejnými dílky, musí býti stupnice pro logaritmů (L) stejnoměrně rozdělená a k těmto logaritmům se pak připiší (při hotovení pravítka) na Z_{10} příslušné číslice, které se pak přenesou i na šoupátko $\check{S}_{10}$ (čelní strana); proto šoupátko dlužno zasunouti při násobení čísel tak, aby $\check{S}_{10}$ byla viditelná.

Tedy tak jsme převedli násobení a dělení na prosté sečítání a odečítání čísel, ovšem čísel příslušných k logaritmům. To však na věci, na způsobu počítání nic nemění, ten bude obdobný jako byl při sečítání a odečítání prostých čísel.

Příklad 5. . . . $2 \times 3 = x$. Počítáno na Z_{10} a $\check{S}_{10}$!
Úprava pravítka před měřením. Normální poloha: (Z_{10} kryje se s $\check{S}_{10}$, B na $\frac{1}{1}$!)



Obr. 3.

1. běhounem*) (B) tak, aby střednice padla nad 2 (stupnice Z_{10} i stupnice $\check{S}_{10}$).
2. šoupátkem ($\check{S}$) tak, aby začátek $\check{S}_{10}$ (1) padl pod střednici běhouna, čili nad 2 (stupnice Z_{10})

*) viz sečítání.

3. běhounem (B) znovu na pravo, tak, aby střednice přišla nad 3 šoupátka $\check{S}_{10} \dots$ běhoun zůstane nehybný.
4. šoupátkem ($\check{S}$) do normální polohy.
5. Pod běhounem na $\check{S}_{10}$ ale i na Z_{10} výsledek $6 = x$. Poněvadž je výsledek 6 i na pevném základu Z_{10} , je tah čís. 4. zbytečný, taktéž tah čís. 1. (Pri prvních pracech však můžeme zachovávatí celý vyznačený postup. Na výhody plynoucí z toho, že jsou vlastně 2 shodné stupnice $\check{S}_{10}$ a Z_{10} přijde časem každý sám.)

Příklad 6. $6 \times 8 \times 2 = x$. (Počítáno na Z_{100} a $\check{S}_{100}$, pro něž platí též postup měření, jako pro Z_{10} a $\check{S}_{10}$, jenže máme zde větší rozsah stupnice.).

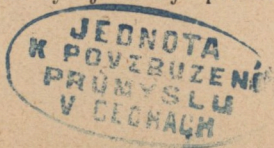
Přehledněji napíšeme celý postup měření takto:

1. (Střednice) B nad 6 (stupnice Z_{100})
 2. (Začátek) $1\check{S}_{100}$ pod B
 3. B nad 8 $\check{S}_{100}$
 4. $1\check{S}_{100}$ pod B
 5. B nad 2 $\check{S}_{100}$
 6. Pod B na Z_{100} čteme: 96
-
- $x = 96$

Na obr. 1. je příklad: $24 \times 1.75 = 42$.

Dělení

je opačný pochod násobení. Když tedy jsme při násobení log. čísel sečítali, budeme je při dělení odečítati a pochod bude též jako byl při odečítávání iprostých čísel.



Český strojník o Elektrotechnice

Příklad 7. $80 : 5 = x$. (Užito Z_{100} a S_{100} !)

- | | | | |
|----------|---------|--------------|-----------|
| 1. | B | nad 80 | Z_{100} |
| 2. | 5 | S_{100} | pod B |
| 3. | B | nad 1. | S_{100} |
| 4. | Pod B | na Z_{100} | čteme: 16 |
| $x = 16$ | | | |

8. $245 \times 79 \times 670 \times 940 = x$. (Užito stupnic Z_{100} , S_{100})

- | | | | | | |
|----|---|-----|-----------|-----------|--|
| 1. | 2 | B | nad 2·45 | Z_{100} | (Pro číselný tvar výsledku je ovšem jedno, násobím-li $2·45 \times 7·9$ nebo 2450×79). |
| 2. | | 1 | S_{100} | pod B | |
| 3. | 1 | B | nad 7·9 | S_{100} | |
| 4. | | 1 | S_{100} | pod B , | |
| | | | | | teď by mělo přijíti: B |
| | | | | | nad 6·7 S_{100} ; ale tam |
| | | | | | už s B nemůžeme, proto |
| | | | | | dělíme 100 t. j. šineme |
| | | | | | šoupátkem na levo, až je: |
| 5. | 2 | | | | |
| 6. | | 100 | S_{100} | pod B | a nyní zase docela normálně. |
| 7. | 2 | B | nad 6·7 | | |
| 8. | | 1 | S_{100} | pod B | |
| 9. | 2 | B | nad 9·4 | | a na Z_{100} pod B čteme 12·19. Tak malý výsledek |

jistě není, ale číselný tvar takový má. Jedná se nám nyní jen o to, stanovit kolika místný ten výsledek bude? — Způsobů stanovení je několik, na př. tento:

Číslo 245 vlastně dělili jsme 100... tedy 2 místa (po-
 znamenáno v levo 2.) podobně 79:10, pak jsme skutečně
 šoupátkem dělili 100.. tedy opět 2, atd. Konečný vý-
 sledek na pravítku byl 12·19, to přijde znásobit
 (poněvadž dříve jsme dělili) 10 na $(2 + 2 + 2 + 1 + 2)$
 devátou; tedy konečný výsledek 12.190,000.000.

Počet míst můžeme určit již předem.

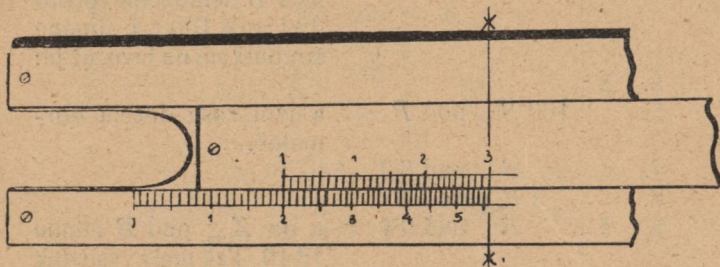
Příklad 9. $74 \times 21 = x$

pro pravítko je vlastně:

$$7\cdot4 \times 2\cdot1 = x$$

dle pravítka $x = 15\cdot58$

(tedy jsme dělili celkem 100, tím musíme výsledek na
 pravítku znásobiti, nebudeme-li ovšem dělit ještě šou-
 pátkem samým)



Obr. 4.

ve skutečnosti $x = 15\cdot88 \times 100 = 1588$.

Podobný případ propočtěme na Z_{10} a S_{10} , kde je 2krát větší dělení a tedy možná větší přesnost:

$$\begin{array}{r} 12 \times 13 = x \\ B \text{ nad } 12 \ Z_{10} \\ 1 \ S_{10} \text{ pod } B \\ B \text{ nad } 13 \ S_{10} \end{array}$$

$$x = 156 = (1.2 \times 1.3) 10 \cdot 10$$

na pravítku S_{10} není 12 ani 13, ale je 1.2 a 1.3; dělili jsme tedy dvakrát 10ti, takže výsledek musíme $10 \cdot 10$ násobiti. Podobně pro případ (na Z_{100} a S_{100} !)

$$0.74 \times 0.21 = x$$

na pravítku nemáme 0.1.... nýbrž až teprve 1. tedy pro pravítko bude vlastně příklad takto:

$$7.4 \times 2.1 = x$$

tím jsme však násobili celkem 100, a proto musíme výsledek dělit 100!

Pro Z_{100} a S_{100} je $x = 15.58$ a děleno 100 je $x = 0.1558$

10. $450 : 85 = x$ upravení pro pravítko (Z_{100} a S_{100}):
 $45 : 8.5 = 5.3$ (obě strany jsem dělil 10, tedy
 výsledek bude totožný i řadově
 s výsledkem na Z_{100})

B na 45 Z_{100}

$8.5 \ S_{100}$ pod B

na Z_{100} nad 1 S_{100} výsledek = 5.3.

Totéž na Z_{10} a S_{10} :

$$4.5 : 8.5 = x$$

B na 4.5 Z_{10}

$8\cdot5 S_{10}$ pod B

Výsledek: na Z_{10} při $10 S_{10} = 5\cdot3$.

Dělenec 450 dělen 100 na $4\cdot5$, dělitel 85 dělen 10 na $8\cdot5$, ale výsledek násoben již 10 (šoupátkem) takže na Z_{10} je výsledek i řadově správný.

Střídavé násobení a dělení.

$$13. \quad \frac{68 \times 42}{14 \times 5\cdot5} = x \quad (\text{na } Z_{100} \text{ a } \check{S}_{100})$$

$$\begin{array}{l|l} \text{a.)} & -1 \\ & -1 \\ & +1 \end{array} \quad \begin{array}{l} 1 \check{S}_{100} \text{ pod } 6\cdot8 Z_{100} \\ B \text{ nad } 4\cdot2 \check{S}_{100} \\ 1\cdot4 \check{S}_{100} \text{ pod } B \\ B \text{ nad } 1 \check{S}_{100} \\ 5\cdot5 \check{S}_{100} \text{ pod } B \end{array}$$

Výsledek na $Z_{100} = 3\cdot7$ nad $\check{S}_{100}$.

to nutno znásobiti 10 ($-1 -1 +1 = -1$)

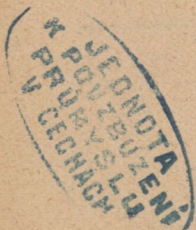
$$x = 37.$$

b) týž případ ale se střídavým násobením a dělením v příp. a.; jsme nejprve vše znásobili, pak zas přišlo stále dělení),

$$\begin{array}{l|l} -1 & B \text{ nad } 6\cdot8 Z_{100} \\ +1 & 1\cdot4 \check{S}_{100} \text{ pod } B \\ -1 & B \text{ na } 4\cdot2 \check{S}_{100} \\ & 5\cdot5 S_{100} \text{ pod } B \end{array}$$

Výsledek na Z_{100} při $1 S_{100} = 3\cdot7$;

to znásobíme 10, dá $x = 37$.



Násobení týmž číslem.

$$\begin{array}{rcl}
 14. & 174 \times 7 = 7 \times 174 \\
 & 72 \times 7 = 7 \times 72 \\
 & 34 \times 7 = 7 \times 34 \\
 & 56 \times 7 = 7 \times 56 \\
 & \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot
 \end{array}$$

Samozřejmě užijeme zde výhody; dáme totiž 1 S_{100} , nebo 10 S_{100} , nebo 100 S_{100} konstantně na 7 Z_{100} a B posunujeme na S_{10} , na číslice 17·4, 7·2, 3·4 atd. a přímo odečítáme na Z_{100} výsledky.

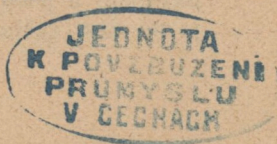
Podobně lze počítati na Z_{10} a S_{10} , kde opět dáme 1 S_{10} , nebo 10 S_{10} konstantně na 7 Z_{10} a B posunujeme na S_{10} na číslice 1·74, 7·2, 3·4 atd.

Dělení týmž číslem.

$$\begin{array}{rcl}
 15. & 420 : 6 = \frac{1}{6} \times 420 = x_1 \\
 & 72 : 6 = \frac{1}{6} \times 72 = x_2 \\
 & 62 : 6 = \frac{1}{6} \times 62 = x_3
 \end{array}$$

To mohu provést dvojím způsobem: 1. převedu si vše na násobení, t. j. stanovím $\frac{1}{6}$ a násobím pak dle předchozího nebo za 2. provedu věc takto:

$$1 S_{100} \text{ pod } 6 Z_{100}$$



Pro výsledek x_1 B nad $420 Z_{100}$

výsledek pod B na S_{100}

$$x_1 = 7 \times 10 = 70$$

(tak zůstane šoupátko konstantně).

Pro výsledek x_2 B nad $72 Z_{100}$

výsledek pod B na $S_{100} = 12$ atd.

Pozn. Místo abych dal 1 S_{100} pod 6 Z_{100} , mohu dáti ovšem i buď 10 S_{100} , nebo 100 S_{100} a na 6 Z_{10} buď 1 S_{10} nebo 10 S_{10} — nummerické výsledky se tím nezmění!

Pravítko elektrotechnické (v příkladech).

Motor (parní, plynový, elektr. atd.) spotřebuje 5 HP ; kolik je to KW , a jakou dynamku utáhne, je-li jeho účinnost 80%?

Uvažuji: 1 HP . . 736 W

$$5 \text{ } HP . . 736 \times 5 = x \text{ při } 100\% \text{ účinnosti.}$$

Násobení provedu obvyklým způsobem: 1. 1 S_{100} na 736! (Vidím, 736 je plnou číslicí vyznačeno — neboť se ho velmi často používá) 2. B na 5 S_{100} ; výsledek $x = 3.68 \text{ } KW$. To je pro účinnost $\eta = 100\%$. Je-li $\eta = 80\%$, musím ještě násobiti 80 (nejprve děliti 100, pak násobiti 80!) a $x_v = 2.95 \text{ } KW$.

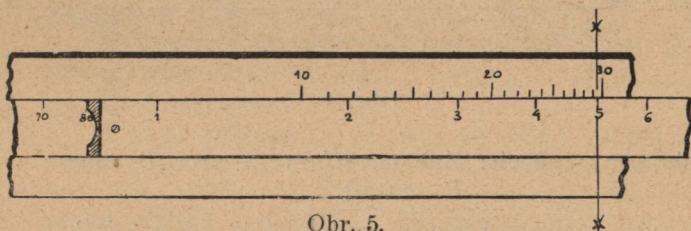
Tento způsob je však zdlouhavý. Je zde dvoji násobení a ještě dělení 10). Aby se tomuto odpomohlo je na dně základu stupnice Z_D a sice pro „Dynamo“,

„Motor“ a je tam napsáno $n = 0/0$! Jak se této stupnice používá, na to přijde každý sám snadno!

Zkusme počítati týž příklad ještě jednou, tedy:

1 S_{100} na 736

a všimněme si alluminiového dvojzubu na Z_D ! — Tento ukazuje na 100%, což asi znamená: HP se převádějí na KW při 100% účinnosti! Je-li to pravda, zkusme převáděti HP na KW i při 80% (pro dynamo — levá stupnice Z_D). Tedy: Zub na D (dynamo) 80 Z_D ! B na 5 S_{100} . Na Z_{100} pod B výsledek $x = 29.5$ ale děleno 10 . . . tedy $x = 2.95 KW$; shoduje se!



Obr. 5.

16. Motor spotřebuje 12 HP ; jakou dynamku utáhne (v KW) při účinnosti 85%.

Přehledný postup: Zub na 85 Z_D (na levo)

B na 12 S_{100}

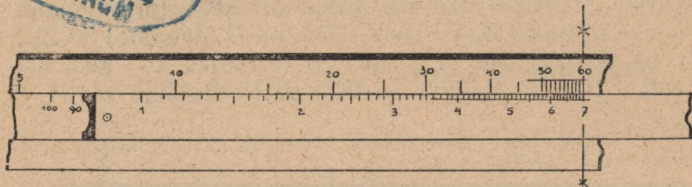
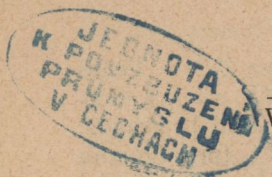
Výsledek na Z_{100} pod $B = 7.5 KW$.

17. Z dynamky dostávám 5 KW; kolika koňský (eff.) motor potřebuji k jejímu pohonu, je-li (koeff.) η dynamky = 80%?

Obyčejný způsob:

$$\begin{array}{rcl} & B & \text{na } 10 Z_{100} \\ 7.36 S_{100} & \text{pod} & B \\ & B & \text{na } 5 S_{100} \\ 8 S_{100} & \text{pod} & B \\ & B & \text{na } 10 S_{100} \end{array}$$

Výsledek pod B na $Z_{100} = 8.5 \text{ HP.}$



Obr. 6.

Zkrácený způsob: Zub na 80 Z_D . . pro „Dynamo“
 B na 50 Z_{100}

Výsledek pod B na $S_{100} = 8.5 \text{ HP.}$

18. Do el. motoru vpouštím 6 KW energie el.; kolik HP tento motor vydá, když je jeho účinnost $\eta = 85\%$?

Zkrácený způsob:

Zub na 85 Z_D (ale na pravo od
 B na 60 Z_{100} 100 . . pro motor)

Výsledek pod B na $S_{100} = 6.96 \text{ HP.}$

Číslo strojník

19. K vykonání určité práce je třeba motor o 27 HP; kolik KW bude nutno motoru dodati, má-li tento účinnost $\eta = 84\%$?

Zub na 85 Z_D (pro „motor“)

B na 27 S_{100}

Výsledek pod B na $Z_{100} = 26 KW$.

Pozn. Na Z_{100} odečítáme vždy výsledek v KW, jak viděti z příkladů; také je na pravém konci Z_{100} vyryta značka K. W.; na S_{100} odečítáme HP, proto značka na S_{100} H. P.

Je nyní otázka: Kdy užiti pravé stupnice procent a kdy levé? Pravé — při motorech — t. j. tenkrát, když bych v obyčejném případě měl děliti počtem procent; levé — když bych měl násobiti počtem procent. Nevím-li v rychlosti, které stupnice použití, užiji raději pro jistotu delšího trochu způsobu obyčejného.

A kdy je nutno děliti počtem procent a kdy násobiti, poznám z úvahy o práci dodávané stroji a práci přijaté ze stroje:

Práce **přijátá** ze stroje je vždy **menší** než práce stroji **dodaná**; (tedy nutno koeficientem účinnosti násobiti práci dodávanou, abychom dostali práci přijatou a naopak, je-li známa práce přijatá a dotaz po práci dodané, nutno přijatou práci koeficientem η — který je vždy menší než 1 — děliti.

20. Jaká je účinnost elektrického motoru o 1 HP, když mu dodávám energii 0.9 KW?

Obyčejný způsob: 1 HP . . . 736 W

$$736 W = 900 W \eta$$

$$\eta = \frac{736}{900} = 0.82 = 82\%.$$

Zkrácený způsob: B na $9 Z_{100}$ (na $K W$)
 $1 S_{100}$ ($H P$) pod B

Výsledek na Z_d při hraně zubů $= 82\%$.

21. Jaká je účinnost stroje o spotřebě $12 K W$, když dostávám z něho $14 H P$ práce?

B na $12 Z_{100}$ ($K W$)
 $14 S_{100}$ ($H P$) pod B

Výsledek na $Z_d = 86\%$.

22. Stroj o $15 H P$ eff. pohání dynamku; ta však dává jen $9 K W$; jaká je její účinnost?

B na $9 Z_{100}$ ($K W$)
 $15 S_{100}$ ($H P$) pod B

Výsledek na Z_d při zubu $= 81.5\%$.

Vypočtení ztrát na vedení.

23. Měřený vodič o $r_s = 0.0174$ je $60 m$ dlouhý; a o průřezu $q = 16 mm^2$; kolik volt ztrát bude v tomto vedení, odebírá-li se na konci jeho proud 12 Amper?

$$E = R \cdot J = r_s \frac{l}{q} \cdot J;$$

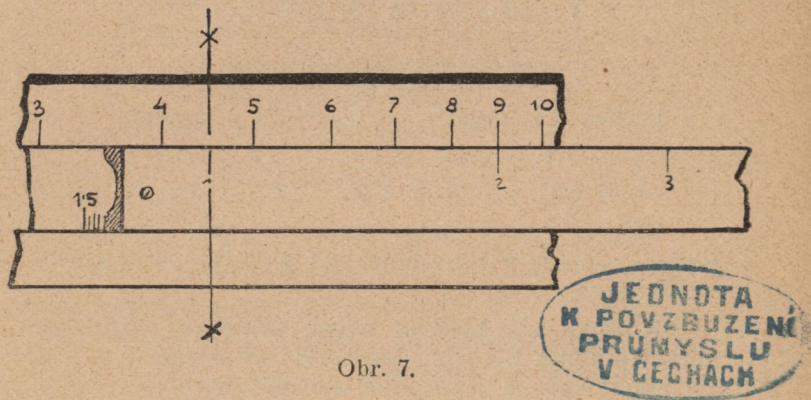
$$= 0.0174 \frac{60}{16} \cdot 12 = 1$$

to by bylo pro vedení jednoduché; poněvadž jde toto i zpět, bude

$$E = 2 \cdot 0.0174 \frac{60}{16} 12, \text{ čili obecně}$$

$$E = 2 r_s \frac{l}{q} J = 0.0348 \frac{l}{q} \cdot J.$$

Člen $0.0348 = \frac{1}{28.7}$ je konstantní; a proto může býti zařízena stupnice pro volty, a ta je skutečně na dně Z_d ; je označena: Volt. Na ni se čtou při výpočtu přímo výsledky. — Postup:



Obr. 7.

$$E = K \frac{60}{16} \cdot 12$$

$$\begin{array}{l} B \text{ na } 60 Z_{100} \\ 16 \dot{S}_{100} \text{ pod } B \\ B \text{ nad } 1.2 \dot{S}_{100}^*) \\ 1 \dot{S}_{100} \text{ pod } B \end{array}$$

(užití nutno vždy horních stupnic, tedy Z_{100} a $\dot{S}_{100}$).

Výsledek na Z dna ve voltech = 1.53.

*) Násobíme hodnotou vlastně 10krát menší (1.2 místo 12) to proto, že je stupnice pro „Volty“ vlastně posunuta o celou délku pravítka.

Má totiž býti $1 : 0.0348$ čili $10 : 0.348 = 1$, totiž začátku stupnice pro „volty“, ale je $10 : 3.48 =$ začátku pro volty.

Učin: B na $10 Z_{100}$
 $3.48 \check{S}_{100}$ pod B

Výsledek na Z_d při zubu $= 1$ Volt.

Ukázka počítání složeného.

Příklad 24.

$$\frac{(6.4 \times 7.2) + (4.3 \times 3.8) - (5.3 \times 7)}{(4 \times 6.2) + (7.2 \times 1.2) - (2.3 \times 4.2)} = x$$

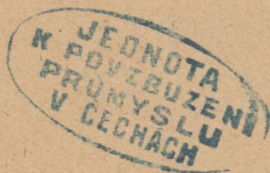
Nejprve ovšem nutno stanovit si výsledky jednotlivých součinů, pak bychom buď prostě sečtli a nebo sečtli na log. pravítku.

K tomu cíli bychom musili šoupátko vysunouti, obrátiti stupnici L k čelu, zasunouti opět a sečítati . . . To vysunování je nepohodlné a působí mrzutosti. Proto uveden budiž způsob násobení i když je stupnice L na čelní straně.

$$6.4 \times 7.2 = y$$

1. Šoupátko do normální polohy.

2. B nad $6.4 Z_{100}$. Kdyby šoupátko bylo obrácené ($\check{S}_{100}$ k čelu) bylo by pod B na $\check{S}_{100}$ také 6.4 a délku $1 \check{S}_{100} \div 6.4 \check{S}_{100}$ bychom v dalším přičtli ku 7.2 ; to učiníme i zde takto:



3. Pod B na L je 4·03 dle našeho vyrytého dělení (5·97 tisknutého dělení) toto číslo si na okamžik pamatují.

4. B na 7·2 Z_{100}

5. Začátek levý konec L pod B

6. B na 4·03 L (nyni přičítáme onu dříve odměřenou délku ku číslu 6·4 patřící.)

7. Výsledek pod B na $Z_{100} = 46·1$.

Dělení:

Příklad 25.

$$94 : 4 = x \quad (\text{Užito } Z_{10} \text{ a } L)$$

1.) Šoupátko do norm. polohy

2.) B nad 4 Z_{10}

3.) Pod B na $L = 6·02$ (dle vyryté stup.... je to

4.) B nad 94 Z_{10} zároveň log. čísla 4)

5.) 6·02 L pod B

6.) B na začátek (levý kraj) stupnice L

7.) Výsledek na Z_{10} pod $B = 23·5$.

Umocňování a odmocňování.

Příklad 26.

$$4^2 = 4 \cdot 4 = 16 \quad 1.) \text{ možno stanovití násobením}$$

$\alpha.)$ na horních $\beta.)$ spod. stup. $Z_{10} \check{S}_{10}$

2.) přímo:

B na 4 $\check{S}_{10}$ a na $\check{S}_{100}$ je přímo výsledek = 16.

Příklad 27.

$$245^2 = x$$

$$2 \cdot 45 \times 2 \cdot 45 = 6 \dots\dots x = 6 \cdot 10^4 = 60000$$

B na $2 \cdot 45 \check{S}_{10}$ a na $\check{S}_{100}$ přímo výsledek $= 6 \times 100^2 = 60000$

Počet míst se stanoví podstatně jako při násobení.

Příklad 28.

$$0 \cdot 46^2 = \left(\frac{4 \cdot 6}{10}\right)^2 = \frac{21 \cdot 2}{100} = 0 \cdot 212 \text{ a pod.}$$

Příklad 29.

$$\sqrt{38} = x$$

B na 38 $Z_{100} \dots$ na Z_{10} přímo výsledek 6·16.

V horní stupnici Z_{100} je 38 dvakrát a sice 38 a 38; které z obou voliti určíme „od oka“; v našem případě je skutečně 38; kdyby bylo

$$\sqrt{380} = \sqrt{3 \mid 80} = x \text{ pak}$$

B na 3·8 na $Z_{100} \dots$ na Z_{10} přímo výsledek $= 1 \cdot 95$

Místo stupnic Z_{100} a Z_{10} možno použiti ovšem také $\check{S}_{100}$ a $\check{S}_{10}$.

Přesnost měření a kontrola měření.

Přesnost na log. pravítku je dosti velká a pro výpočty v techn. praxi se vyskytující stačí docela; chyba při násobení a dělení vzniklá při běžném počítání je menší než 1% (0·6%); sběhlý počtář nedopustí se této chyby ani při 3 až 4 místném výsledku. Mimo to možno výsledky kontrolovati a mnohdy kontrolou jaksi doplniti.

Kontrola při sečítání:

Příklad 30.

$$\begin{array}{r} 437 \dots\dots\dots 5 \\ 894 \dots\dots\dots 3 \\ 921 \dots\dots\dots 3 \\ \hline 4 \dots\dots 2252 \dots\dots\dots 2 \end{array}$$

Kontrola záleží v tomto: sečteme číslice z prava na levo, tedy

$$\begin{array}{l} 4 + 3 + 7 + 8 + 9 + 4 + 9 + 2 + 1 = 47 \\ \text{pak číslice tohoto výsledku} \dots\dots\dots 4 + 7 = 11 \\ \text{a konečně cifry čísla } 14 \dots\dots\dots 1 + 1 = 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{Totéž číslo } 2 \text{ musí dáti i součet číslic ve výsledku} \\ \text{součtu} \dots\dots\dots 2 + 2 + 5 + 2 = 11 \\ \text{a opět} \dots\dots\dots 1 + 1 = 2 \end{array}$$

Pozn. Sečítáme postupně číslice a výsledky tak dlouho, až obdržíme konečnou číslici menší než 10. — Jestliže se „součet součtů“ číslic z jednotlivých členů nerovná konečnému součtu číslic výsledku 4, pak jsme špatně sečítali: Toto sečítání „konečné“ dá se ještě zjednodušiti tím, že při svém „kontrolním součtu“ nejdeme nikdy nad 20, nýbrž jakmile překročíme 10, sečteme ty 2 číslice a k tomu výsledku z nich připočítáváme čísla další; tedy

$$\begin{array}{ll} 4 + 3 = 7 & 1 + 3 = 4 \\ 7 + 7 = 14 & 4 + 4 = 8 \\ \text{a nyní } 14! & 8 + 9 = 17 \\ 1 + 4 = 5 & 1 + 7 = 8 \\ \text{a dále} & 8 + 2 = 10 \\ 5 + 8 = 13 & 1 + 1 = 2! \\ 1 + 3 = 4 & \\ 4 + 9 = 13 & \end{array}$$

Podobně ve výsledku

$$\begin{aligned} 2 + 2 &= 4 \\ 4 + 5 &= 9 \\ 9 + 2 &= 11 \\ 1 + 1 &= 2! \end{aligned}$$

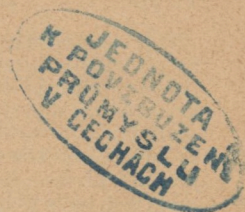
Číslice vyskytující se v našem příkladě 16 jsou označeny tučnými písmeny; výsledky kontrolních součtů jsou s vykřičníkem $2 = 2$. Toto kontrolní sečítání můžeme prováděti v libovolném pořádku, tedy i shora dolů ($4 + 8 + 9 + 21 \dots$) atd. nebo křížem, vždy konečný jednociferný výsledek bude týž; tedy v našem případě 2.

Ještě další zjednodušení je, že nesečítáváme číslice 9, (jakoby se „rušily“).

Příklad 31.

Odečítání.

A	9874
B	— 3547
C	6327



Kontrola :

$$\begin{aligned} 9 + 8 &= 17; & 1 + 7 &= 8; & 8 + 7 &= 15; \\ 1 + 5 &= 6; & 6 + 4 &= 1! \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3 + 5 &= 8; & 8 + 4 &= 12; & 1 + 2 &= 3 \\ 3 + 7 &= 10; & 1 + 6 &= 7; & 7 + 3 &= 19 \\ 1 + 2 &= 3; & 3 + 7 &= 10 \dots & 1! \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{nebo: } 9 + 8 + 7 + 4 - 3 - 5 - 4 - 7 &= 9! \\ 6 + 3 + 2 + 7 &= 18; & 1 + 8 &= 9 \end{aligned}$$

nebo: vidíme, že v řádku A i B je společná cifra 7, a také 4 — ty se „ruší“ — t. j. neběrou do počtu a sečítáme pouze

$$9 + 8 = 17 \text{ a od toho se odečte } 3 + 5 = 8 \\ \text{takže zbude} \quad 17 - 8 = 9!$$

Násobení: α .) obyčejné, nejjednodušší. Při tomto násobení se totiž nezdržujeme současným přičítáním, nýbrž píšeme obě cifry, které násobením vzniknou. Tedy na př. násobím 4mi: $4 \times 2 = 8$; 8 napiši na řádek B a na řádek C napiši v levo pod 8 cifru 0. Pak násobím $4 \times 3 = 12$; 8 napiši vedle 8, 1 bokem pod 2; zkrátka piši 12, jenže tu 1 dám o řádek níž.

Jsou sice větší sloupce sečítání, ale snadněji se najde chyba, a chyba se ani tak brzy neudělá, jak při kombinovaném násobení a sečítání.

$$\begin{array}{r} 31. \quad A. \quad 8532 \times 427 \\ \quad B. \quad \underline{2028} \\ \quad C. \quad 32100 \\ \quad \quad 6064 \\ \quad \quad 11000 \\ \quad \quad \quad 6514 \\ \quad \quad \quad \underline{5321} \\ \quad \quad \quad 3643164 \end{array}$$

„Kontrola“ násobení.

Opět sečteme cifry každého z činitelů až na číslice menší než 10, ty spolu znásobíme a opět sečteme na výslednou číslici, která se musí rovnat při správném počítání konečné číslici výsledku.

$$\begin{array}{rcl} \text{Tedy } 8 + 5 & = & 13 \\ 1 + 3 & = & 4 \\ 4 + 3 & = & 7 \\ 7 + 2 & = & 9!! \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 9 \times 4 & = & 36 \\ 3 + 6 & = & 9!!! \end{array}$$

a z výsledku bude:

$$\begin{array}{rcl} 3 + 6 & = & 9 \\ 9 + 4 & = & 12 \\ 13 + 3 & = & 16 \\ 16 + 1 & = & 17 \end{array} \quad \begin{array}{rcl} 1 + 7 & = & 8 \\ 8 + 6 & = & 14 \\ 14 + 4 & = & 18 \\ 1 + 8 & = & 9!!! \end{array}$$

β.) „rychlopočtem“, kde naopak než je v α.) ihned sčítáme ale vždy **celý** sloupec, takže můžeme psát **přímo** výsledek, tedy na př.

$$\begin{array}{r} 8532 \times 427 \\ \hline = 3643164 \end{array}$$

Abychom postupu při tomto násobení porozuměli, znásobme si docela obyčejným způsobem oba činitele (ale začneme nejnižšími řádrovými místy — tedy 7×2) a stopujeme, jak povstávají jednotlivé číslice výsledku.

$$\begin{array}{r} 4\ 3\ 2\ 1 \qquad 3\ 2\ 1 \\ 8532 \times 427 \\ \hline \end{array}$$

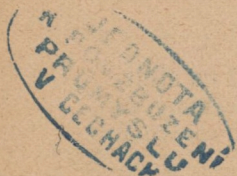
$$\alpha. \quad 59724$$

$$\beta. \quad 17064$$

$$\gamma. \quad 34128$$

$$\hline 3643164$$

$$\textbf{g f e d c b a}$$



Koncovou číslici výsledku v řádku **a** snadno uhodneme; ta musí býti = 4, neboť vznikla násobením čísel 7×2 t. j. čísel nahoře ozn. $1' \times 1$.

$$7 \times 2 = 14 \dots 4$$

Ve svislém řádku **b** bude součet čísel $4 + 2$; číslice 4 vznikla násobením $2 \times 2 \dots (2' \times 1)$; číslice 2 (v řádku **a**) vznikla ze $7 \times 3 = 21 \dots (1' \times 2)$ a z **1** která zbyla z násobení $7 \times 2 = 14$; tedy $21 + 1 = 22$; zadní 2 se sečte se 4 $\dots 4 + 2 = 6$ a ta přední 2 se pamatuje pro součet v řádku **c**.

Když tak projdeme všechny svislé řádky a věc si uspořádáme, přijdeme k tomuto počítacímu schématu :

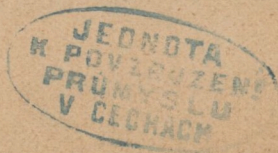
- I. $(1' \times 1)$
- II. $(1' \times 2) + (2' \times 1) +$ zbytek z I.
- III. $(1' \times 3) + (2' \times 2) + (3' \times 1) +$ zbytek z II.
- IV. $(1' \times 4) + (2' \times 3) + (3' \times 2) +$ „ z III.
- V. $(2' \times 4) + (3' \times 3) +$ „ z IV.
- VI. $(3' \times 4) +$ „ z V.

Pozn. Ty »zbytky« se ovšem nepamatují až na konec, nýbrž ihned se přičtou, takže schema pro III. by správně mělo býti vytištěno

III. zbytek ze II. $+ (1' \times 3) + (2' \times 2) + (3' \times 1)$; jen pro přehlednost volen 1. způsob psaní.

Pro snadnější pamatování si všimněme, že na př. 7 ($1'$) násobíme postupně 2 (1), pak 3 (2), pak 5 (3), potom 8 (4), — a za ním jde ihned 2 ($2'$) $\times 2$ (1), pak 3 (2) atd.

Pozn. Nejlépe na kloub věci přijdeme když z počátku při počítání ukazujeme si číslice, které spolu se mají násobiti ukazováčky obou ruk.



Dle hořejšího schematu výpočet téhož příkladu :

$$\text{I.} \quad 7 \times 2 = 14 \dots 4 \dots + 1 \text{ (t.j. zbytek pro II)}$$

$$\begin{array}{rcl} \text{II.} & 1 + (7 \times 3) & = 22 + \\ & + (2 \times 2) & = 4 \\ & 2 \ 2 + 4 & = 26 \dots 6 \dots + 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} \text{III.} & 2 + (7 \times 5) & = 37 + \\ & + (2 \times 3) & = 6 + \\ & + (4 \times 2) & = 8 = \\ & \hline & 51 \dots 1 \dots + 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} \text{IV.} & 5 + (7 \times 8) & = 61 + \\ & + (2 \times 5) & = 10 + \\ & + (4 \times 3) & = 12 = \\ & \hline & 83 \dots 3 \dots + 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} \text{V.} & 8 + (2 \times 8) & = 24 + \\ & + (4 \times 5) & = 20 = \\ & \hline & 44 \dots 4 \dots + 4 \end{array}$$

$$\text{VI.} \quad 4 + (4 \times 8) = 36 \quad \mathbf{3 \ 6}$$

Takže výsledek 3 6 4 3 1 6 4 a kontrola budiž **vždy** $8 + 5 + 3 + 2$ atd.

Daný případ 31. možno ještě napsati tak, že se oba členy napíší pod sebe a násobí se křížem, tedy:

$$\begin{array}{r} 8532 \\ 0427 \end{array} \quad \text{bude}$$

$$\begin{array}{lll}
 1. & 2 \times 7 & 2. & 7 \times 3 & 3. & 7 \times 5 & \text{atd.} \\
 & & & 2 \times 2 & & 2 \times 3 \\
 & & & & & 4 \times 2 \\
 & & + \text{zb. 1.} & & + \text{zb. 2.} & &
 \end{array}$$

Devítkové kontroly dělení — možno použiti ovšem jen tenkrát, vyjde-li výsledek jako úplné, ukončené číslo. Způsob kontroly při dělení plyne přímo ze zp. kontroly při násobení.

Podobně možná je kontrola devítková při zmocňování a odmocňování.

Poznámka. Kontrola devítková je ovšem správná a upozorní nás mnohdy na chybu. Ale jen naprosto a pouze na ni se spoléhati není radno, poněvadž devítkový součet z 8532 je právě takový, jako z přehozeného čísla 2358.

Násobení velkých čísel na log. pravítku.

Pro přesné násobení 2 čísel by se tedy pravítko neosvědčilo, ale osvědčuje se hlavně pro střídavé násobení a dělení. Velká čísla můžeme znásobiti na pravítku také velmi přesně, když je totiž rozložíme;

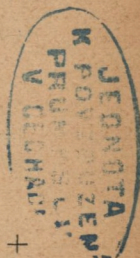
Příklad:

$$\begin{array}{rcl}
 18562943 & \times & 276548 = \\
 \left(\begin{array}{r} 18500000 \\ + \quad 62000 \\ + \quad \quad 943 \end{array} \right) & \times & \left(\begin{array}{r} 270000 \\ + \quad 6500 \\ + \quad \quad 48 \end{array} \right)
 \end{array}$$

což se znásobí jako při

$$(a + b + c) (d + e + f) = ad + bd + cd + ae + be + ce + af + bf + cf.$$

Pozn. Na pravítku pracujeme bez desítek, proto tedy si můžeme číslo rozložit co nejdokonaleji. - - - Tedy na pravítku nečteme číslo 4580 tímto způsobem: 4 tisíce,



5 set, osmdesát, nýbrž prostě: $4 - 5 - 8 - 0 -$ a počet řadových tedy i po případě desetinných míst se může již předem stanovit a sice takto:

Dejme tomu, že máme znásobiti čísla:

$$a . b . c . d \times e . f . g$$

tedy číslo 4místné a 3místné! Výsledek bude

$$a . b . c . d . e . f . g$$

t. j. číslo 7 ($= 4 + 3$) místné.

Podobně je to při násobení čísel ciframi arab. napsaných soustavy naší, dekadické, pro kterýžto případ by místa členů $a b c \dots$ znamenala vždy počet úplných desítek čili řádů.

Na př. mám znásobiti

$$8532 \times 427$$

To bych mohl rozvésti na řadu členů (dle str. 29), z nichž prvé dva by byly

$$8000 \times 400$$

což možno psáti ve formě

$$8 . 10 . 10 . 10 \times 4 . 10 . 10$$

Tedy: počet úplných desítek je roven u 8000 třem ($= 3$) u čtyř set je roven 2; takže počet úplných desítek výsledku by byl roven

$$3 + 2 = 5.$$

Ale — znásobím-li 8×4 dostanu 32, tedy číslo větší než 10, t. j. tedy ještě jednu úplnou desítku; a výsledek tedy bude míti: $5 + 1 = 6$ úplných desítek čili řádů a mimo to ještě na konci číslice menší než 10, tedy celkem $6 + 1 = 7$ míst.



V praksi počítáme vždy řády; počet míst je **vždy** o 1 větší než počet řádů*).

Dle toho možno přímo psáti

$$\begin{array}{r} 3210 \\ 8532 \end{array} \times \begin{array}{r} 210 \\ 427 \end{array}$$

a řády si označiti nad číslicemi.

$$m + n = x$$

takže $3 + 2 = 5$ řádů ale $4 \times 8 = 32$ tedy celkem

$$5 + 1 = 6 \text{ řádů} \dots 6 + 1 = 7 \text{ míst}$$

$$\text{tedy: } x = m + n + 0 \\ + 1$$

Podobně pro případ:

$$842 \times 4380 \times 58432$$

bude $x = \text{počet řádů} = 2 + 3 + 4 + 1 + 1 = 11$

2 je z čísla 842

3 je z čísla 4380

4 je z čísla 58435

1 je z násobku $4 \times 8 = 32$

1 (poslední) je z násobku $5 \times 3 = 15$.

Nebo případ:

$$\begin{array}{r} 0-1-2-3-4 \\ 0000432 \end{array} \times \begin{array}{r} 3210 \\ 9432 \end{array}$$

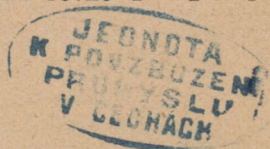
$$x = m + n + 1$$

$$\text{ale } m = -4, n = 3$$

$$x = -4 + 3 + 1 = 0$$

$$\text{takže } 0\cdot000432 \times 9432 = 4\cdot0 \dots$$

*) Dle věty: počet míst je vždy o 1 místo větší než počet řádů musí býti 1ciferné číslo rovno $1 - 1 = 8$ nulltého řádu.



Vyšší mocniny.

Umocňování na 4tou:

$$\begin{array}{r}
 32. \quad 3^4 = 3^2 \cdot 3^2 = x \\
 \quad \quad \quad \frac{B \text{ na } 3 \ Z_{10}}{1 \ \check{S}_{10} \text{ pod } B} \\
 \quad \quad \quad \frac{B \text{ na } 3 \ \check{S}_{10}}{Výsledek \text{ na } Z_{100} = 81}
 \end{array}$$

Čtvrté odmocniny:

$$\begin{array}{r}
 33. \quad \sqrt[4]{2|56} = x \\
 \quad \quad \quad \frac{B \text{ na } 2 \cdot 56 \ Z_{100}}{\text{na } \check{S}_{10} \text{ pod } B \text{ je } 16} \\
 \quad \quad \quad \frac{\text{a stanoviti } \sqrt{16} =}{Výsledek = 4}
 \end{array}$$

Třetí mocniny:

$$\begin{array}{r}
 34. \quad 2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8 \\
 \text{je součin z druhé mocniny a první mocniny.}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \quad \quad \quad \frac{B \text{ na } 2 \ Z_{10}}{1 \ \check{S}_{10} \text{ pod } B} \\
 \quad \quad \quad \frac{B \text{ nad } 2 \ \check{S}_{100}}{Výsledek \text{ na } Z_{100} \text{ pod } B = 8}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 35. \quad 6^3 = 6^2 \cdot 6 \\
 \quad \quad \quad \frac{B \text{ na } 6 \ Z_{10}}{2 \mid 100 \ \check{S}_{100} \text{ pod } B} \\
 \quad \quad \quad \frac{B \text{ nad } 6 \ \check{S}_{100}}{Výsledek \text{ na } Z_{100} \text{ pod } B = 2 \cdot 16} \\
 \quad \quad \quad x = 2 \cdot 16 \times 100 = 216.
 \end{array}$$

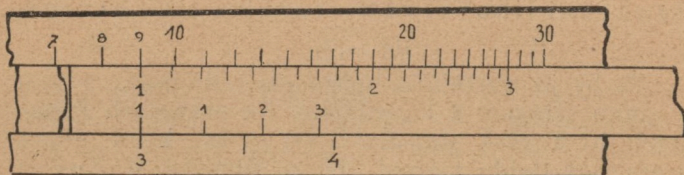
Pro přesnější měření malých hodnot uijeme případně jen spodních stupnic Z_{10} a $\check{S}_{10}$ $1 \cdot 1^3 = 1 \cdot 1 \times 1 \cdot 1$ a provedeme vše prostým znásobením.

Třetí odmocniny:

36.

$$\sqrt[3]{27} = x$$

B na 27 Z_{100} (ne na 2·7!)



Obr. 8.

a nyní šinouti šoupátkem $\check{S}$ tak dlouho, až bude na Z_{10} pod 1 $\check{S}_{10}$ táž číslice, jako pod B (při 27), je zde tedy jakési hledání zkusmo, a proto se méně tohoto způsobu používá.

37.

$$\sqrt[3]{35} = x$$

B na 35 Z_{100}

Přibližně je $\sqrt[3]{35}$ asi 3 — přes 3; tedy šoupátkem S_{10} tak, až pod 35 Z_{100} je 3·27 $\check{S}_{10}$ a nad 3·27 Z_{10} je

1 $\check{S}_{10}$ neboť pak skutečně umocněním obdržíme též výsledek: $3 \cdot 27^3 = y = 35$.

$$38. \quad \frac{\sqrt[3]{248}}{B \text{ na } 2.48 \ Z_{100}} = x \dots \text{Přibližně je } \sqrt[3]{248} \text{ asi } 6.$$

Výsledek bude 6.3 na Z_{10} pod 10 $\check{S}_{10}$ a pod B na $\check{S}_{100}$.

Způsob tento je dosti nepraktický a nedosti rychlý, hledání je obtížné, proto ještě jiných způsobů možno použít 1. logar. a 2. ještě rychleji užítí zvláštní stupnice.

Stanovení libovolné mocniny a odmocniny.

$$3^{1.6} = x$$

To by již obyčejným způsobem řešiti nešlo, a bylo by nutno sáhnouti k logaritmům. Na pravítkách Faberových bývá však stupnice t. zv. lg. lg., která udává již výsledky těchto mocnin. Je to stupnice poboční Z_B , začínající s 1.1 a končící 100.000. (Má proto tato Z_B stupnice 2 řady: dolní v mezích $1.1 \div 2.9$; horní $2.9 \div 100.000$ je jen pokračováním dolní stupnice.) K této stupnici patří pak ukazatel U (alluminiový nos), pevně k B připojený.

Stupnice bude v II. dílu L. p. přesněji vysvětlena.

$$39. \quad \frac{3^2 = x}{U \text{ na } 3 \ Z_B} \quad (U \text{ na } 3 \text{ stupnice boční!})$$

$$\frac{1\check{S}_{10} \text{ pod } B}{B \text{ na } 2 \ \check{S}_{10}} \quad (\text{Pro stupnici } B \text{ platí vždy stupnice } \check{S}_{10} \text{ a } Z_{10} \text{ nikoli } Z_{100} \text{ a } \check{S}_{100}!)$$

Výsledek na Z_B pod U , $x = 9$ (na stupnici, kde bylo 3 tedy horní Z_B).

40.

$$\frac{3^{1.6} = x}{U \text{ na } 3 Z_B}$$

$$1 \check{S}_{10} \text{ pod } B$$

$$B \text{ na } 1.6 \check{S}_{10}$$

Výsledek na Z_B pod U ; $x = 5.80$.

41.

$$\frac{2^5 = x}{U \text{ na } 2 Z_B \text{ na dolní } Z_B}$$

$$Značka W \text{ na } \check{S}_{10} \text{ pod } B$$

$$B \text{ na } 5 \check{S}_{10}$$

Výsledek na horní Z_B ; $x = 32$.

42.

$$\frac{10^6 = x}{U \text{ na } 10 Z_B}$$

$$1 S_{10} \text{ pod } B$$

$B \text{ na } 6 S_{10} \dots$ už nemožno, jen 10^2 ($B \text{ na } 2 \check{S}_{10}$), 10^3 , 10^4 , 10^5 ; dál nestačí rozsah stupnice Z_B , což však nevadí a pro praktické případy stačí docela.

43.

$$\frac{\sqrt[3]{27} = x}{U \text{ na } 27 Z_B}$$

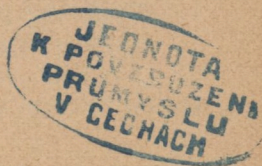
(pochod bude opačný než jako dřívější byl.)

$$3 \check{S}_{10} \text{ pod } B$$

Výsledek na Z_B nad $1 \check{S}_{10}$, kam posuneme B s U
 $x = 3$.

44.

$$\frac{\sqrt[1.6]{5.84} = x}{U \text{ na } 5.84 Z_B}$$



$$\frac{1.6 \check{S}_{10} \text{ pod } B}{B \text{ na } 1 \check{S}_{10}}$$

Výsledek na Z_B pod U ; $x = 3$.

$$45. \quad \frac{\sqrt[3]{8} = x}{U \text{ na } 8 Z_B}$$

$$\frac{3 \check{S}_{10} \text{ pod } B}{B \text{ na značku } W („Wurzel“) \text{ na } \check{S}_{10}}$$

Výsledek na Z_B pod U ; $x = 2$.

Pozn. Značky W se užívá, když přechází se ze stupnice horní Z_B na stupnici dolní Z_B .

Logarithmy.

Obrátíme šoupátko $\check{S}$ tak, aby na straně čelní (viditelné) byla stupnice L , a uveďme L do normální polohy. Pak dejme B na př. na $2 \check{S}_{10}$. Pod B na L je 301 (dle dělení od leva na pravo) nebo doplňkové dle tisknutého dělení 699.

301 je již mantissa $lg 2$, neboť $lg 2 = 0.301$. — Základem logarithmu je zde číslo 10.

$$46. \quad \frac{lg 5 = x}{B \text{ na } 5 Z_{10}}$$

Výsledek: pod B na $L \dots x = 0.699$.

Zkrátka: Každému číslu na Z_{10} odpovídá jeho log. na L . (Čtení ovšem z leva na pravo, čili dle stupnice, kterou bychom si ostrou jehlou vyryli);

a každému log. na L odpovídá jeho příslušné číslo na Z_{10} .

47.

$$\begin{aligned} \log 70 &= x \\ x &= \lg 70 = \lg 10 + \lg 7 \\ \lg 10 &= 1 \\ \lg 7 &\text{ nalezneme na pravítku} = \\ &= 0.845 \\ x &= 1 + 0.845 \\ &= 1.845. \end{aligned}$$

Pozn. $\lg 10$ je t. zv. „charakteristika“, je jako náš známý „řád“ viz str. 30.

48.

$$\begin{aligned} \lg 0.055 &= x = \frac{5.5}{100} \\ x &= \lg 5.5 - \lg 100 \\ &= \lg 5.5 - 2 \\ \lg 5.5 \text{ na pravítku (na } L) &= 0.741 \\ x &= 0.741 - 2 \\ &= -1.259 \end{aligned}$$

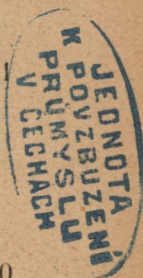
49.

$$\frac{2.301 = \lg x}{B \text{ na } 301 \text{ } L}$$

(pochod obrácený dřívějšímu; ty 2 celé to je $10^2 = 100$ a jedná se vždy pro pravítko o to, co je z a desetinnou tečkou) 0.301 je log jakéhosi (x) čísla; tedy to číslo máme hledat na Z_{10} ; proto: B na 301 na L (! dle vyrytých číslic čteme stále). Pod B je na Z_d výsledek : 2.

Výsledek na Z_d je 2 $x = 2 \cdot 10^2 = 200$.

(zkouška provede se zpětným postupem!)



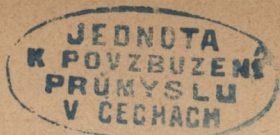
50.

$$\begin{array}{rcl}
 & - 1.259 = \lg y & \\
 \hline
 + & 2 = 2 & \left. \begin{array}{l} \text{převádění na} \\ \text{kladné číslo} \end{array} \right\} \\
 2 - & 1.259 = 2 + \lg y & \\
 & 0.741 = 2 + \lg y & \\
 - & 2 + 0.741 = \lg y & \\
 \dots \alpha) & k - 2 \text{ patří } \lg \frac{1}{100} & \\
 \beta) & ku \ 0.741 \text{ stanov. log. z pravítka} & \\
 & \frac{B \text{ na } 741 \ L}{\text{pod } B \text{ na } Z_{10} \text{ je } 5.5} & \\
 \text{Výsledek } y = & \frac{5.5}{100} = 0.055 &
 \end{array}$$

Tohoto způsobu stanovení $\lg$ čísla na obráceném šoupátku (stupnici L k čelu) užívá se jen tehdy, když se má stanovit po řadě mnoho logaritmů. Má-li se za násobení stanovit jen jeden log. po případě dva, pak se šoupátko nevysunuje a neobrací, nýbrž zůstávají čelními stupnicemi $\dot{S}_{100}$ a $\dot{S}_{10}$, ale za to obrátí se celé pravítko a údaj se čte v pravém výrezu pravítka pod ryzkou, která končí na stupnici L . Pro toto odečtení platí pak stupnice tisknutá na L a ne naše vyrytá. . . . (Ryzka je právě pod Z_{10} resp. Z_{100})

51.

$$\begin{array}{rcl}
 & 3^{1.6} = x & \\
 1.6 \lg 3 = & \lg x & \\
 \text{zde je třeba znáti } \lg 3. \text{ . tedy:} & & \\
 & \lg 3 = y & \\
 & \frac{B \text{ na } 3 \ Z_{10}}{1 \ \dot{S}_{10} \text{ pod } B} &
 \end{array}$$



převrátit celé pravítko na ryze na L 476 (dle tisknuté stupnice ... čte se od levé strany!)

$$\text{tedy } \lg 3 = 0.476.$$

Nyní násobení přijde: $1.6 \times 0.476 = Z$,

tedy: převrátit pravítko (o 180°),

$$\begin{array}{r} 1 \text{ } \check{S}_{10} \text{ na } 1.6 \\ B \text{ na } 4.76 \text{ } \check{S}_{10} \end{array}$$

Výsledek na $Z_{10} = 7.6 \dots 0.76 = Z$,

ale: $0.76 = \lg x$, tedy: hledat k logaritmu číslo x proto převrátit pravítko o 180° pod ryzkou na L najít 760 (čtení ovšem zleva na pravo a na tisknuté stupnici!)

opět: převrátit pravítko o 180°

výsledek: na Z_{10} pod $1 \check{S}_{10} = 5.75$

Jak viděli je tento postup stanovení $3^{1.6}$ delší než v případě 39., ale za to ovšem i přesnější.

Trigonometrie.

Má-li se stanovit řada trig. funkcí úhlů, tedy se obrátí šoupátko tak, aby na čelní straně byly stupnice S , L , T .

52.

$$\begin{array}{r} \sin 30^\circ = x \\ B \text{ na } 30 \text{ stupnice } S \end{array}$$

Výsledek na $Z_{100} = 50$, ale: děleno 100, neboť sinus úhlu je vždy menší nebo roven 1.

53.

$$\sin x = 0.8$$

B na 80 stupnice Z_{100}

(Na stupnici S jsou vždycky úhly!)

Výsledek na S pod B ; $x = 53^\circ$.

54.

$$\cos 60^\circ = x$$

$$\cos 60^\circ = \sin (90^\circ - 60^\circ) = \sin 30^\circ = 0.5.$$

55.

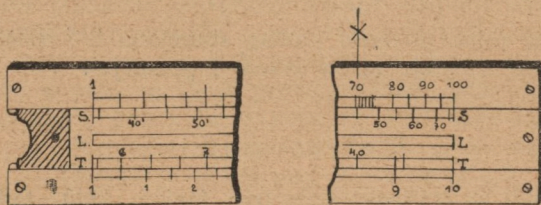
$$\cos x = 0.4$$

$$\sin (90 - x) = 0.4$$

$$\sin (90 - 23^\circ 40' = 0.4$$

$$\cos 66^\circ 20' = 0.4, \quad x = 66^\circ 20'$$

Má-li se stanovit násobení $\sin$ nebo $\cos$ ∇ tedy se nevysunuje šoupátko, nýbrž je postup tento.



Obr. 9.

56.

$$\sin 45^\circ = x$$

Obrátit pravítko v 180° , na pravém konci ve výřezu nahore je ryzka; pod Rs dáti 45° (na S jsou vždy stupně, jak již nahore podotknuto).

Výsledek na S_{100} pod 100 Z_{100} ; $x = 0.706$.

Česky Strojník a elektrotechnik

57. $\sin x = 0.03$

Pod 100 Z_{100} dají 3 $\check{S}_{100}$

obrátit pravítko o 180° (kol podélné osy pravítka)
pod R_s je výsledek: $x = 1^\circ 43'$

58. $\sin 56' = x$

v tomto případě užijeme věty: sinus malého úhlu =
= v oblouku o poloměru = 1.

Pozn. Nejsme-li jisti v tomto stanovení sinusů a cosinusů uhlů (s neobráceným šoupátkem), tedy pro přesnost vysuneme raději šoupátko a stanovíme vše prvním způsobem. Podobně je tomu u logaritmů a stanovení tangenty.

59. $\frac{tg\ 31^\circ = x}{B\ na\ 3^\circ\ T}$ (Vysuň a obrať šoupátko!)

Na T jsou opět vždy úhly
a na Z_{10} jsou příslušné
hodnoty pro tg ; poněvadž
pak $tg\ 45 = 1$ a ne 10, jak
na Z_{10} , tedy nutno údaje
 Z_{10} dělit 10.

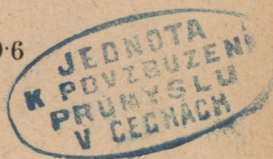
Výsledek pod B na Z_{10} ; $x = 0.6$

60. $tg x = 0.176$

B na $1.76\ Z_{100}$

Výsledek pod B na $T\ x = 10^\circ$

Postup měření, je-li šoupátko stupnicemi $\check{S}_{10}$ a $\check{S}_{100}$
na straně čelní.



61.

$$\underline{tg\ 15^\circ = x}$$

obrátit pravítko o 180°

Na levém konci pravítka je ryzka R_T

Pod R_T dáti $15\ T$ (stupně jsou na T .)

Obrátit pravítko o 180° .

Výsledek na $\check{S}_{10}$ nad $1\ Z_{10}$; $x = 0.268$.

Pod $10\check{S}_{10}$ na Z_{10} je číslice 0.373 ; to je hodnota pro $\cotg\ 15^\circ$ neboť $tg\ x \cdot \cotg\ x = 1$

$$0.268 \times 0.373 = 1.$$

62.

$$\underline{\cotg\ x = 0.82}$$

Pro $\cotg$ platí stupnice Z_{10} ! tedy

B na $8.2\ Z_{10}$

$10\check{S}_{10}$ pod B

obrátit pravítko o 180° .

Výsledek při R_T na T

$$x = 6^\circ 57'$$

63.

$$\underline{tg\ x = 0.82}$$

Pro tg platí stupnice $\check{S}_{10}$ tedy pošinout $\check{S}_{10}$ tak, aby bylo $8.2\ \check{S}_{10}$ nad $1\ Z_{10}$.

Obrátit pravítko o 180° .

Výsledek při R_T na T , $x = 39^\circ 20'$.

Tangens velmi malého úhlu rovná se sinusu toho úhlu po případě délce obloučku o poloměru $= 1$.

Vysvětlení konstant na pravítku Faberově pro elektrotechniky.

Na pravítku Faberově jsou tyto konstanty:

$\pi, \mu, 2.87, 736$ (na Z_{100} a $\check{S}_{100}$)

$C, C_1,$ (na Z_{10} a $\check{S}_{10}$)

π je známé $= 3.1415926 \doteq 3.14$

$$\pi = \frac{1}{\pi} \text{ resp. } \frac{100}{\pi}$$

$$2.87 = \frac{Cu}{20} = \frac{57.4}{20} = \frac{\text{specifická vodivost mědě}}{20 \text{ resp. } 2}$$

$736 W$ má $1 HP = 75 \text{ kgm}$

$736 : 750$ dá konst. $g = 0.981$

C slouží pro stanovení plochy kruhu z průměru a naopak průměru z plochy; význam její snadno uhodneme

$$P = \frac{\pi d^2}{4}$$

$$d = \sqrt{\frac{4 P}{\pi}} = \sqrt{\frac{4}{\pi}} \cdot \sqrt{P}$$

$\sqrt{\frac{4}{\pi}}$ je konstanta $= 1.128$ a to je právě C

$$C = \sqrt{\frac{4}{\pi}} = \sqrt{\frac{1}{\frac{\pi}{4}}} = 1.128 \text{ je na } \check{S}_{10}; \text{ nad } C \text{ na } \check{S}_{100}$$

je ihned $\frac{4}{\pi}$



$$C_1 = \sqrt{\frac{40}{\pi}} = \sqrt{\frac{10}{\frac{\pi}{4}}} = 3.564$$

Pozn. Tato konstanta C je poměrně malá vzdálenost a proto bývá nanесena na sklo běžce B (u pravítka Nestlerova), takže na běžci pak jsou 2 neb 3 rýhy místo jedné; výpočet kruhu se užitím ryh zjednoduší.

$$\left(\frac{1}{C}\right)^2 = \frac{\pi}{4} = 0.784$$

64. $d = 3$; plocha kruhu $P = ?$

a) Obyč. způsob:

$$\frac{\pi d^2}{4} = x = P$$

$$\frac{\pi}{4} \cdot 9 = x$$

$$\frac{B \text{ na } \pi Z_{100}}{4 \check{S}_{100} \text{ pod } B} \dots \text{zároveň vidím, že nad}$$

$$\frac{B \text{ na } 9 \check{S}_{10}}{1 Z_{10} \text{ je konstanta } C}$$

Výsledek na Z_{100} pod B ; $x = 7.06$.

b) Užití konst. C

$$\frac{C \check{S}_{10} \text{ nad } 1 Z_{10}}{B \text{ na } 3 \check{S}_{10}}$$

Výsledek na Z_{100} ; $x = 7.06$.

65.

Plocha kruhu $P = 8$; $d = x$

Šoupátko tak, aby $C \check{S}_{10}$ bylo nad 1 Z_{10}

Běhoun B na 8 Z_{100}

Výsledek pod B na $\check{S}_{10}$; $x = 3.193$.

66.

Plocha kruhu $P = 80$; $d = x$

Šoupátko tak, aby $C_1 \check{S}_{10}$ bylo nad 10 Z_{10}

B na 8 Z_{100}

Výsledek pod B na $\check{S}_{10}$; $x = 10.8$

Nebo: Šoupátko tak, aby $C \check{S}_{10}$ bylo nad 10 Z_{10}

B na 80 Z_{100}

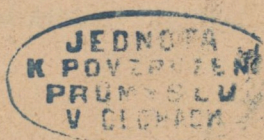
Výsledek na $\check{S}_{10}$ pod B ; $x = 10.8$

Pozn. Potřebujeme-li v praxi některou konstantu velmi často, pak si ji ovšem na pravítku v příslušném místě sami v y r y j e m e a označíme!

Jiná pravítka než Faberovo.

Co se týče jiných pravítek log., je princip počítání mechanického u všech týž; obvykle liší se od sebe jednotlivá pravítka buď

- a) rozsahem stupnice, nebo
- β) vyznačením konstant, nebo
- γ) přidáním stupnic, které jsou oproti stupnici základní o určitou konstantu posunuty, nebo
- δ) úpravou běhounku B ,
- ε) tvarem základu Z .



Ad α) Log. pravítka mívají délku $\check{S}_{1-10}$ obyčejně 250 m/m; v případech jiných až 360, 500, 1000 m/m. Délka $\check{S}_{1-10}$ bývá buď celá v jedné přímce, nebo na 2 přímkách nad sebou, podobně jak to bylo u stupnice Z_B dolní a Z_B horní. Toho způsobu užívá se u pravítka „Praecision“.

Ad β) Dle vyznačení konstant jsou právě různá pravítka „pro elektrotechniky“ (konstanty elektr.), pro strojníky, konstruktéry turbin, parních strojů a j., pro stavitele, chemiky atd.

Ad γ) Tak na př. je pošinuta při pravítku Nestle-rově „Elektro No 37“ stupnice Z_{100} o $1-7-5=0.0175$ = spec. odpor mědě (Cu) nanesena nad Z_{100} a označena V = Volt.

Pozn. Př. použití jí se odečte výsledek na V_{100} a $\check{S}_{100}$ a nikoliv na Z_{100} .

Příklad:

Má se stanoviti ztráta na napjetí při měděném vedení o 16 mm^2 a délce $l=200 \text{ m}$, když se na konci vedení odebírá 9 Amper.

$$E = R \cdot J = Cu \frac{2l}{q} \cdot J$$

$$E = Cu \frac{2.200}{16} \cdot 9 = 3.94 V$$

Na pravítku:

$$\begin{array}{r} 1. \quad B \text{ na } 2 \times 2 \times 9 = 36 \quad Z_{100} \\ \quad 16 \check{S}_{100} \text{ pod } B \\ \quad B \quad \text{nad } 1 \check{S}_{100} \\ \hline \text{výsledek na } V \quad \text{pod } B = 3 - 9 - 4 = 3.94 \end{array}$$

Podobně je na témže stupnici „U“ (Umdrehungen) pro počítání obrátek, obvodové rychlosti atd.

Konstantu, o kterou je „U“ oproti Z_{10} na levo pošinuto, vypočteme opět snadno

v = obvodová rychlost za 1 sek.

n = počet obrátek za min.

d = průměr kola.

$$v_{\text{m/sek}} = \pi d_m \frac{n}{60}$$

$$= \frac{\pi}{60} d \cdot n$$

$$\frac{\pi}{60} = \pi : 60 = 3 \cdot 14 : 60 = 0 \cdot 0524 = 5 - 2 - 4$$

a o to je U pošinuto vzhledem k Z_{10} .

Příklad:

$$n = 225$$

$$n = 1 \cdot 3 \text{ m}$$

$$v = 0 \cdot 0524 \cdot 225 \cdot 1 \cdot 3 = 15 \cdot 33 \text{ m sek}$$

Na pravítku pomocí „U“:

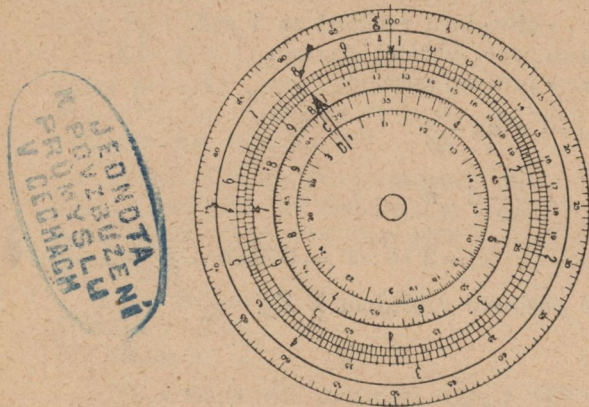
$$\begin{array}{r} 1 \check{S}_{10} \text{ nad } 225 \check{Z}_{10} \\ B \text{ na } 1 \cdot 3 \check{S}_{10} \end{array}$$

Výsledek na „U“ pod $B = 1-5-3-3 = 15 \cdot 33 \text{ m/sek}$

Ad δ) 1. Na běhounu B bývá několik čar; vzdálenost mezi čarami bývá důležitá konstanta (na př. C); ty konstanty jsou buď na skle pevné, nebo mikrom. šroubem pohyblivé a nastavitelné; po případě pro různá měření užije se běhounů s různými konstantami.

2. Sklo běhouna *B* může býti zvětšovaci.

Ad e) Forma log. počítadla mechanického má podobu buď pravítka — log. pravítko nebo kružnice — hodinkový tvar = počítací „hodinky“ viz obr. 10, kterýžto



Obr. 10.

je pohodlnější než dlouhý nepohodlný tvar pravítkový, ačkoliv podélný tvar je zase praktičtější pro toho, kdo rýsuje, odměřuje a pod.

O logaritmec.*)

Mějme na př. tento případ:

$$\underbrace{7 + 7 + 7 + 7 + 7}_{5 \times} = 35$$

*) Poněvadž nauka o logaritmec tvoří vlastně základ log. pravítka, je velmi jednoduchá a mnohým přijde vhod — bude o logaritmec podrobněji pojednáno.

strojník a elektrotechnik

tedy součet pěti (5) úplně stejných sčítanců! Pak naznačíme toto sečítání kratším a přehlednějším způsobem:

$$5 \times 7 = 35$$

při čemž máme na mysli:

Přičteme-li k 0 (nule) 7 pětkrát po sobě, obdržíme číslo 35.

To sečítání máme již tak v krvi, že ihned řekneme výsledek násobku dvou jednociferných čísel — umíme-li „násobilku“.

Obecně bychom napsali:

$$a \times b = c$$

a pro náš případ bylo by

$$a = 5, b = 7, c = 35.$$

Dva z těch 3 členů musí být vždy známy a z nich plyne nezbytně třetí t. zv. „neznámá“.

Mohl by nám však také nastati tento případ:

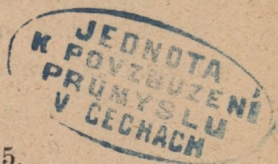
$$\underbrace{7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7}_{5\text{krát}} = 16807$$

a obecně

$$\underbrace{a \times a \times a \times a \times a \dots}_{b\text{krát}} = c$$

tedy součin pěti úplně stejných činitelů! Jak naznačíme nyní toto násobení kratším a přehlednějším způsobem?

Takto? $5 \times \dots ?$ Ne!



Tedy jinak! Ale rozhodně musí tam býti 7, musí tam býti hned vedle 5 a pak na druhé straně rovnítko výsledek. To číslo 5 značí nyní násobení, tedy výkon vyšší než v minulém případě bylo sčítání. Proto symbolicky to naznačíme i nyní a dáme 5 o něco výš než je 7, takže bude:

$$7^5 = 16807 \quad \text{a obecně}$$

$$a^b = c$$

což čteme takto: 7 násobeno 5krát po sobě dá 16807

a obecně: a „ b „ „ „ „ c

a nebo čteno symbolicky a krátce matematicky:

7 na pátou rovná se 16807

a „ b „ „ c

Výkonu neříká se již násobení, ani vyšší násobení, nýbrž mocnění,

číslo 7 (a) je mocněnec = základ, basis,

„ 5 (b) je mocnitel = exponent,

„ 16807 (c) je mocnina.

Toto „násobení mocnitelové“ nemáme již tak v krvi, neřekneme již tak hned výsledek mocnění ani 2 jednociferných čísel — neumíme nazpamět „násobilku mocnitelovou“ a musíme proto používat „násobilky mocnitelové“ tištěné t. zv. „tabulek mocnitelových“ nebo-li tabulek logaritmických.

Rovnice $7^5 = 16807$
 $a^b = c$

má opět 3 členy; z nich musejí býti opět 2 členy známé, a jeden neznámý — který právě ze známých se stanoví.

Neznámým členem může býti

$$\text{I. číslo } c \dots\dots c = a^b = a \times a \times a \times \dots (b \text{ krát})$$

$$16807 = 7^5 = 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \dots (5 \text{ krát})$$

V tomto případě možno vypočítati neznámou c poměrně ještě dosti snadno a bez jakýchkoliv tabulek. Obtížněji by šlo vypočítati na př. tento případ:

$$4856 \cdot 43^4 = c$$

$$\text{a ještě obtížněji } 4856 \cdot 43^{0 \cdot 23} = c$$

ačkoliv i tyto případy by se konečně daly vypočítati obyčejnou cestou, ale velmi obtížně.

Mějme pohodlnější případ — na př.:

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4 = 16$$

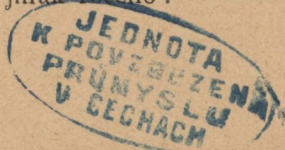
a měli bychom znásobiti

$$= \underbrace{(2 \times 2 \times 2 \times 2)}_{4 \times} \times \underbrace{(2 \times 2 \times 2)}_{3 \times} = \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}_{7 \times}$$

$$4 + 3 = 7$$

$$2^4 \cdot 2^3 = 2^{4+3} = 2^7 \quad \text{čili slovy řečeno:}$$

1. mají-li se spolu znásobiti mocniny ($2^4 \cdot 2^3$) o týchž mocněcích (2, 2) sečtou se jejich mocnitelé ($4 + 3$); či-li jinak řečeno:



2. výsledný mocnitel (7) součinu (o týchž mocnencích) rovná se součtu mocnitelů jednotlivých činitelů ($4 + 3$).

Z první věty vidíme, že násobení zde přechází jaksi v součet; tedy výkon vyšší, (násobení) nesnadnější přechází ve výkon o stupeň nižší (sečítání).

Věta 1. je větou základní, a jak viděti velmi jednoduchou — a platí důsledně; nutno ji mít **stále** na paměti, počítáme-li s mocninami.

Pozn. Každý z čtenářů mi řekne: „Vždyť to nic není — ta věta je úplně samozřejmá, lehoučká, ta se rozumí sama sebou“. Ale tvrdím: Právě ta samozřejmost, právě to, že podceňují mnozí z počátku tu jednoduchost, právě proto, že přehlíží její jednoduchost, nemohou dostati výsledky — které z jednoduchosti se skládají. Nejjednodušší věci jsou samolibostí lidskou a jakýmsi domýšlivým vědomím vyvýšení člověka nad touto jednoduchostí odpuzovány a proto jsou nejjednodušší věci nejtajemnější. Člověku nezdá se ani možné, že by nejjednodušší věc mohla mít nejkrásnější vlastnosti a velmi mnohé vlastnosti a proto podceňuje a zavrhuje myšlenku na jednoduchou věc ještě dříve, než tato se zrodila a patričně vyvinula. Také obyčejně strach lidský před výsměchem hraje zde velikou úlohu. A tento strach je nejnebezpečnější nepřítel postupu lidského ducha.

Dle věty 1. a dle vět:

dělení je násobení (inversní [opačný] jeho výkon),

odečítání je sečítání („ „ „ „),

možno předem již tvrditi: mají-li se spolu dělití mocniny o týchž mocnencích, odečtou se jejich mocnitelé.

Příklad :

$$2^7 : 2^3 = 2^{7-3} = 2^4$$

a důkaz :

$$\frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2} = 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

obecně : $a^b : a^d = a^{b-d}$

dle toho : $\frac{1}{a^d} = a^{-d}$

Jiný příklad :

4. $8^4 = 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 = 4096$

ale $8 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$

takže když píšeme do rovnice 4) za 8 hodnotu 2^3 , bude

$$\frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \times 2 \cdot 2 \cdot 2 \times 2 \cdot 2 \cdot 2 \times 2 \cdot 2 \cdot 2}{8 \times 8 \times 8 \times 8} = (2^3)^4$$

vidíme, že je celkem na levé straně rovnítka 12 činitelů stejného 2, takže možno psáti

$$(2^3)^4 = 2^{12} \text{ ale } 12 = 4 \times 3$$

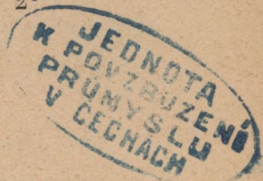
Z toho možno tvrditi: má-li se mocnina (2^3) ještě mocniti (na 4):

3. znásobí se její mocnitel (3×4) ; či-li jinak řečeno:

4. Výsledný mocnitel (12) opětovaného mocnění rovná se

součinu jednotlivých mocnitelů.

Z věty 3. vidíme opět (jako dříve z věty 1.), že u mocňování zde přechází jaksí v násobení;



tedy výkon vyšší (umocňování) přechází ve výkon o stupeň nižší (násobení).... a dle věty 1. víme, že násobení možno přeměnit v sečítání; takže i umocňování můžeme po stupínech převést v sečítání.

Věta 3. je větou základní, platí vždy; jen důsledně se jí nutno je řídit.

$$(3^2)^3 = 3^{2 \times 3} = 3^6$$

$$(a^b)^d = a^{b \times d}$$

Dle věty 3. a dle vět:

odmocnění je umocnění (inversní jeho výkon),

dělení je násobení („ „ „),

možno předem již tvrditi: má-li se mocnina o d m o c n i t i, dělí se mocnitelem.

Příklad:

$$\sqrt[4]{2^{12}} = 2^{\frac{12}{4}} = 2^3 = 8$$

a důkaz:

12			
2 . 2 . 2	2 . 2 . 2	2 . 2 . 2	2 . 2 . 2
1	2	3	4

12 dvojek má se rozdělit na 4 stejné skupiny. Kolik (2) bude v každé skupině? . . . 3.

obecně

$$\sqrt[d]{a^b} = a^{\frac{b}{d}}$$

dle toho $\sqrt[d]{a^1} = a^{\frac{1}{d}}$

Pozn. Abychom si unadnili veškero počítání a měli vždy přehled, vynecháme vždy znak $\sqrt{}$ (odmocnění) a píšme vždy místo $\sqrt[2]{}$ hodnotu $2^{\frac{1}{2}}$ a místo $\sqrt[d]{}$ hodnotu $a^{\frac{1}{d}}$. Ten znak odmocnění ($\sqrt{}$) byli jsme nuceni si vymysleti a používatí tenkrát, kdy jsme ještě nevěděli, jak výhodně a spojitě s umocňováním lze znázorniti odmocnění. Když to nyní víme, nepotřebujeme více znaku zvláštního pro $\sqrt{}$, leč bychom si chtěli zbytečně práci prodlužovati a ztěžovati.

II. neznámým členem může býti číslo a v rovnici :

$$a^b = c$$

nebo v rovnici : $7^5 = 16807$

$a = ?$ je-li dáno b a c ?

$7 = ?$ je-li dáno 5 a 16807

Vidíme, že již zde zdánlivě narážíme na překážku, jak napsati rovnici ve formě, aby na levé straně bylo a (7) osamocené. Pomůžeme si snadno, uvážíme-li, co to vlastně 7 (a) je! Kdybychom dělili

16807 číslem 7

$16807 : 7 = 2401$

$2401 : 7 = 343$

$343 : 7 = 49$

$49 : 7 = 7$

$7 : 7 = 1$

až bychom konečně dostali za výsledek číslo 1, pak bychom v našem případě musili dělit $5 \times$ (krát), což je přirozeno, poněvadž dřív jsme 7 násobili 5krát po sobě na číslo 16807.

Je tedy $7 = \sqrt[5]{16807}$

$$7 = 16807^{\frac{1}{5}}$$

Propočítání příkladu

$$a = \sqrt[b]{c} = c^{\frac{1}{b}}$$

$$? = \sqrt[5]{16807} = 16807^{\frac{1}{5}} \quad \text{je}$$

tedy ještě obtížnější než příklad $c = a^b$ ($? = 7^5$) a je zde již citlivější potřeba jakýchsi pomůcek, tedy na př. tabulek, kde by potřebné bylo již vypočteno.

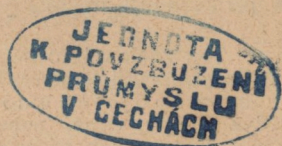
III. Ale nyní jejich potřeba, ba přímo nezbytnost jejich objeví se, jakmile chceme stanovit číslo b (mocnitele) ze známých čísel **a**, a **c**.

Předně opět narážíme na překážku, jak to naznačiti, aby na levé straně rovnítka ($=$) byla neznámá b samotná?

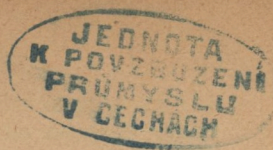
Jak to naznačiti, chci-li z příkladu

$$7^? = 16807$$

napsati ten (?) na levou stranu rovnítka, ale tak, aby jednoduše a správně logicky myslící člověk ihned poznal, že b je mocnitel, že se má vypočítati mocnitel.



Číslo 16807
Spisovatel: J. K. K.



Kdybych napsal $? = x = \frac{16807}{7}$

bylo by to špatně, neboť $\frac{16807}{7} = 2401$ a mně musí vyjít

$$x = 5$$

neboť jen

$$7^x = 7^5 = 16807!$$

Návrhů, jak označiti postup vypočítání čísla $x = 5$, tedy mocnitele by se jistě našlo velmi mnoho. Nejjednodušší však bude a nejsprávnější, když vždy vypíšeme celou větou: x je mocnitel čísla mocněného 16807 při mocněnci 7; nebo:

$? = x =$ je mocnitel čísla 16807 při základu 7.

Tak dlouhými větami v matematických úvahách = vzorcích psát by bylo jistě nepraktické. Můžeme slova zkrátiti a psáti:

$? = x =$ moctl. 16807 při 7 a obecně:

$b =$ moctl. c při a anebo ještě kratčeji

$b =$ moctl. c_a to c_a by však mohlo

znamenati c s indexem a ; a abychom se tomuto nedorozumění jistě vyhnuli, píšeme základ a před c , takže konečně se píše:

$b =$ moctl. $a.c$ a čte jako dříve:

b je mocnitel čísla c při základu a

Ale ani takto upraveného tvaru nemůžeme stále užívatí, neboť matematika je věda všemu lidstvu spo-

lečná a musí mít značky také společné, jednotné. Tedy místo českého mctl. = mocnitel musíme dát slovo společné a sice použito slova *logarithmus* = mocnitel (doslovně přeloženo značí logarithmus číslo, které počítá, rozumějme — které počítá, kolikrát byl vzat základ a za činitele, aby vzniklo číslo c), a místo značky mctl. bylo použito zkratky *log* nebo *lg* nebo *l*.

Tedy světovou mluvou matematiky napsáno, bude:

$$b = \text{mctl}_a c$$

$$b = \log_a c$$

b je logarithmus čísla c při základu a ; tedy

$$5 = \lg_7 16807 \quad \text{ale při tom}$$

můžeme vždy čísti si česky

b je mocnitel čísla c při základu a

5 je mocnitel čísla 16807 při základu 7.

Pozn. Jak viděti je věta $b = \text{mctl}_a c = \log_a c$ velmi jednoduchá a samozřejmá vlastně, a přece — jak mi mnozí z ct. čtenářů přisvědčí — odstrašuje přímo vše, kde se objeví „log“; „logarithmování“ velmi těžké — velmi nesnadné?

Ještě jednu výbornou vlastnost má označení:

$$b = \log_a c$$

a sice tuto: Přičiňme v hořejší rovnici a v levo na druhou stranu rovnítka až pod b a bude:

$${}_a b = c$$

tedy ihned viděti, že a je mocněnec; b je vyšší — je nad a stále — i v označení:

$$b = \lg_a c.$$

Další poznámka nutná: To $\log_a$ se nemůže přirozeně oddělit od c , není to žádný koeficient, nebo konstanta nebo nějaké číslo, je to pouhé označení, pouhý znak, takže nemožno tím $\log_a$ snad krátit, dělit nebo násobit. (Víme, že vlastně to a ani ke slovu $\log$ nepatří, že a patří až za c , ale jen z jistých ohledů bylo k $\log$ připojeno.)

Nemůže se rovnice

$$b = \log_a c \quad \text{napsati snad ve formě}$$

$$\frac{b}{\log_a} = c \quad \text{Toho } \log_a \text{ zbaví se } c \text{ jen}$$

provedením výkonu (hledáním v tabulkách něčeho, jak později seznáme). Nemůžeme tedy také krátit v tomto případě (viz později)

$$\log_a AB = \log_a A + \log_a B \quad \text{a psáti:}$$

$$AB = A + B \quad (\text{nelze krátit tím „}\log_a\text{“})$$

Dle známého označení upravme si nyní některé rovnice; nebude to již docela nic nového, nýbrž tuto první $b = \log_a c$ budeme dosazovat do různých rovnic.

Tedy na př.: 1. $a^b = c$ jinak psáno:

I. 2. $b = \lg_a c$ Za b v rovnici 1. dosad' b z rovnice 2. a bude:

3. $a^{\lg_a c} = c$ což slovně vyjádřeno bude:
 $c = c$

základ a mocněný na logarithmus $(b) = (\lg_a c)$ dává c (číslo logarithmované).

Podobně: za c ve 2. dosad' c z 1. a bude

$$b = \lg_a a^b, \quad b = b.$$

Příklady: 1. nechť $b = 1$ pak $a^1 = c$ čili $a = c$

$$\begin{aligned} b &= \lg_a c \\ 1 &= \lg_a a \quad (\text{Logarithmus základu}=1) \end{aligned}$$

2. $b = 0$ pak $a^0 = a^{1-1} = \frac{a}{a} = 1 = c$

$$\begin{aligned} b &= \lg_a c \quad 0 = \lg_a 1 \quad \text{Logarithmus} \\ &\quad 1 \text{ při každém} \\ &\quad \text{základu} = 0. \end{aligned}$$

Závislost 2 soustav logaritmických (t. j. soustav o různých základech.)

Mějme opět rovnici

$$1. \quad a^b = c$$

$$2. \quad b = \lg_a c$$

a táži se, čemu by se rovnal $\lg_c a$ (kdybych přehodil nebo zaměnil a a c); $\lg_c a$ bude zajisté zase nějaké číslo, které nazveme prozatím x ; a bude

$$3. \quad \lg_c a = x \quad \text{z toho}$$

$$4. \quad c^x = a \quad \text{z čehož}$$

$$5. \quad c = \sqrt[x]{a} = a^{\frac{1}{x}}.$$

A jelikož v obou případech

$$c = c \quad \text{tedy}$$

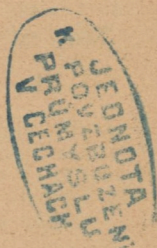
$$a^b = a^{\frac{1}{x}} \quad \text{čili}$$

$$b = \frac{1}{x} \quad x = \frac{1}{b}$$

takže rovnice čísl. 3 bude:

$$3' \quad \lg_c a = \frac{1}{b}$$

$$2' \quad \lg_a c = b$$



a znásobením bude:

$$\lg_c a \times \lg_a c = \frac{1}{b} \cdot b = 1.$$

Tohoto výsledku využítujeme, chceme-li převést logaritmův jedné soustavy (při základu a) na logaritmův jiné soustavy (v základu c)

$$\lg_a c = \frac{1}{\lg_a c}$$

Příklady:

$$\begin{array}{l} a = 2 \\ c = 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} a^b = c & \text{tedy} \\ b = \lg_a c & \\ b = \lg_2 8 = 3 & 2^3 = 8 \end{array}$$

Pak jest $\lg_c a = \frac{1}{b} = \frac{1}{\lg_a c} = \frac{1}{3}$

čili $c^{\frac{1}{b}} = a$

$$8^{\frac{1}{3}} = 2 \quad 8^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{8} = 2$$

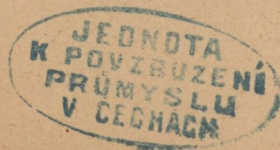
Jiný příklad: 1. $a = 10$

2. $c = 2$

3. $a^b = c$ (z tabulek)

4. $b = \lg_a c = \lg_{10} 2^*) = 0.30103$

*) Pro tento základ $a = 10$ jsou tabulky „násobilka mocninová“ zhotoveny, a z nich se pouze najde k číslu $c = 2$ jeho logaritmův $b = 0.30103$. Připsání základu 10 k $\lg$ se obvykle pak vynechává a píše se: místo $\lg_{10} 2$ pouze $\lg 2$.



tedy 5. $b = 0.30103$ t. j. $10^{0.30103} = 2$

Čemu rovná se $lg_2 10$?

$$6. \quad lg_2 10 = \frac{1}{lg_{10} 2} = \frac{1}{0.30103} = 3.32$$

čili $\sqrt[0.30103]{2} = 2^{3.32} = 10.$

Jiný příklad:

$$\begin{aligned} a &= 10 \\ c &= 100 \end{aligned}$$

$$a^b = c$$

$$b = lg_{10} c = 2 \quad (\text{z tabulek})$$

a skutečně

$$10^2 = 100$$

Z logaritmických tabulek je:

$$lg \quad 1 = 0.00000$$

$$lg \quad 2 = 0.30103$$

$$lg \quad 3 = 0.47712$$

$$lg \quad 4 = 0.60206$$

$$lg \quad 5 = 0.64897$$

$$lg \quad 6 = 0.77815$$

$$lg \quad 7 = 0.84510$$

$$lg \quad 8 = 0.90309$$

$$lg \quad 9 = 0.95424$$

$$lg \quad 10 = 1.00000$$

a odměřena (v určitém měřítku) nalézají se právě tato čísla na logaritmickém pravítku.

Užití logaritmických tabulek:

Dejme tomu, že bychom chtěli vědět výsledek násobku 2 čísel, na př.

$$32 \times 128 = c$$

a nechtěli bychom násobiti ale nějak jednoduše sečítati, podobně jak se pouze sečítá na log. pravítku, čili zkrátka: chceme převéstí násobení na sečítání.

$$\begin{aligned} A \times B &= C \\ 32 \times 128 &= C. \end{aligned}$$

Kdyby se nám podařilo převéstí tvar $A \times B$ na tvar $a^b \times a^d$ t. j. na tvar kde základy u obou činitelů se sobě rovnají, pak výsledek uhodneme snadno: bude o témž základu a výsledný mocnitel se bude rovnati součtu obou mocnitelů:

$$\begin{array}{ll} \text{Položme tedy} & A = a^b \\ & B = a^d \end{array} \quad \text{a bude:}$$
$$a^b \times a^d = a^{b+d} = a^c$$

Již z tohoto můžeme čísti: mocnitel (c) součinu dvou čísel ($a^b \times a^d$) rovná se součtu mocnitelů jednotlivých činitelů

čili: zaměníme-li za „mocnitel“ slovo „logarithmus“

bude: logarithmus součinu (2 nebo více) čísel

rovná se součtu logarithmů jednotlivých činitelů.

Ovšem musíme vědět u čísel A a B jak veliké jsou jejich mocnitelé (b a d) při určitém základě (a). Ten zá-

klad a volíme roven 10 a mocnitele (b a d) z čísel A v a nebo B a a nepočítáme, nýbrž právě najdeme a mocnitelových neboli logaritmických tabulkách.

Tedy pro náš případ

$$A = 32, \quad a = 10$$

$$A = a^b$$

$$32 = 10^b$$

b z tabulky rovná se 1·5051

podobně $B = 128 = 10^d$

d z tabulek = 2·1072

Tedy $b + d = 1·5051$

$$+ 2·1072$$

$$\hline 3·6123$$

k čemuž $C =$ asi 4100 (přesně 4096)

Pozn. Číslo (32, 128 atd.) jsou v tabulkách ve zvláštním sloupci po levé straně a pak v řádku nahoře (pro číslo 128 je po levé straně 12 a v horní řadě 8); logaritmy neboli mocnitelé k těmto číslům jsou v ostatních řádcích tabulek. I na log. pravítku Faberově jsou lg k číslům. (viz str. 36. a 3.)

I v logaritmickém pracujeme bez desítek (srovnej str. 29 dole) a počet míst stanovíme právě tak, jako u log. pravítka.

Podíl 2 čísel.

$B : A = C$ stanovíme podobně

jako při násobení

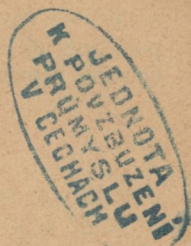
jich; položíme opět

$$B = a^d$$

$$A = a^b$$

pak bude

$$C = a^d : a^b = a^{d-b} = a^e$$



čili: výsledný mocnitel (logarithmus) e podílu dvou čísel rovná se rozdílu mocnitelů (logarithmů) obou činitelů

Umocnění. Příklad:

$$\begin{array}{l} A^d = C \\ \text{nebo} \quad 32^5 = C \end{array}$$

Dosadíme-li opět za $A = a^b$ bude

$a^{b \cdot d} = a^c$ čili stanovíme opět mocnitele b k číslu A a tohoto mocnitele prostě znásobíme mocnitelem d , čímž obdržíme mocnitele e a k tomu pak číslo C .

Tedy $A^d = C$

$$d \log A = \lg C \quad \lg A = d$$

$$5 \lg 32 = \lg C \quad \lg C = e$$

$$\lg 32 = 1.5051$$

$$\lg C = \frac{1.5051 \times 5}{7.5255}$$

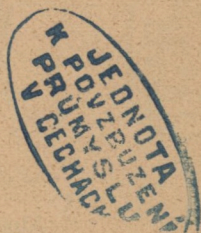
$$C = 33560000$$

Podobně odmocnění:

$$\sqrt[d]{A} = C = A^{\frac{1}{d}}$$

$$\frac{1}{d} \lg A = \lg C.$$

Jak bylo možno z uvedeného poznati snižují se použitím logarithmických tabulek základní početní výkony



o 1 stupeň, čili násobení přechází v pouhé sečítání, umocňování v násobení; (a toto násobení možno ovšem novým logaritmováním přeměnit dále v sečítání).

Tabulek log. nepřipojujeme k dílku tomuto, poněvadž malé „tabulky“ jsou vlastně na log. pravítku a velkých je vydáno několik knížek. (Lg. tab. dostati možno v každém knihkupectví).

Nejdůležitější konstanty :

konst.	num.	log.
π	3·1416	0·4971
π^2	9·8696	0·9943
$\sqrt{\pi}$	1·7725	0·2486
e	2·7183	0·4343
$\frac{1}{e}$	0·3679	0·5657—1
$\sqrt{2}$	1·4142	0·1505
$\sqrt{3}$	1·7321	0·2386
g	9·81	0·9917
$\sqrt{2 g}$	4·4294	0·6464

$$\frac{1 \text{ nat } x}{\lg \text{ brig } x} = 2·3026 = \frac{1}{0·4329}$$

$$\text{Absol. teplota } T = 273 + t$$

$$1 \text{ kalorie (velká)} = 423 \text{ až } 428 \text{ kg}$$

$$1 \text{ atmosf.} = 1·033 \text{ kg}$$

$$1 \text{ HP} = 75 \text{ mkg} = 736 \text{ Watt}$$

$$1 \text{ kg m sek} = 981 \text{ Watt}$$

$$1 \text{ KW sek} = 1·36 \text{ HP sek.}$$

Přehled matematiky.

1. Hlavní matematické úkony.

α) Sečítání a odečítání.

$$\begin{array}{l|l}
 (+a) + (+b) = a + b & a + (b + c) = a + b + c \\
 (+a) - (+b) = a - b & a + (b - c) = a + b - c \\
 (+a) + (-b) = a - b & a - (b + c) = a - b - c \\
 (+a) - (-b) = a + b & a - (b - c) = a - b + c
 \end{array}$$

β) Násobení a dělení.

$$\begin{array}{l|l}
 (+a) \cdot (+b) = +c & (+a) : (+b) = +c \\
 (+a) \cdot (-b) = -c & (+a) : (-b) = -c \\
 (-a) \cdot (+b) = -c & (-a) : (+b) = -c \\
 (-a) \cdot (-b) = +c & (-a) : (-b) = +c
 \end{array}$$

Zvláštní hodnoty.

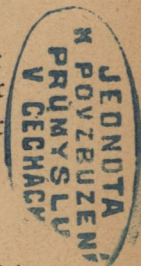
$$\begin{array}{l|l|l}
 a \times 0 = 0 & a \times \infty = \infty & 0 \times \infty = x \\
 \frac{a}{0} = \infty & \frac{a}{\infty} = 0 & \frac{0}{\infty} = x \\
 \frac{0}{a} = x & \frac{\infty}{a} = x & \frac{\infty}{0} = x
 \end{array}$$

$$\frac{a + b - c - d + \dots}{n} = \frac{a}{n} + \frac{b}{n} - \frac{c}{n} - \frac{d}{n} + \dots$$

$$\frac{a \times b \times c \times \dots}{n} = \frac{a}{n} (b \times c \times \dots) = a \frac{b \times c \times \dots}{n}$$

$$\frac{a}{b} : c = \frac{a : c}{b} = \frac{a}{b \times c} \quad \left| \quad \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a c}{b d} = \frac{a : d}{b : c} \right.$$

$$c : \frac{a}{b} = (c : a) \times b = \frac{c b}{a} \quad \left| \quad \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a d}{b c} = \frac{a : c}{b : d} \right.$$



Umocňování:

$$\underbrace{a \cdot a \cdot a \dots}_{n \text{ krát}} = a^n; \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n}; \quad a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

$$a^{-\frac{1}{n}} = \frac{1}{a^{\frac{1}{n}}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a}}$$

$$a^n \times a^{\pm m} = a^{(n \pm m)}$$

$$a^n : a^{\pm m} = a^{(n \mp m)}$$

$$a^n \times b^n = (ab)^n$$

$$a^n : b^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

$$(a^{\pm n})^{\pm m} = a^{\pm n \cdot m} = (a^{\mp n})^{\mp m}$$

$$(a^{\pm n})^{\mp m} = a^{\pm n \cdot m} = (a^{\mp n})^{\pm m}$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$ax^2 + bx + c = 0; \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ při čemž } a$$

může býti také = 1.

Logarithmování.

$$0^0 = 1$$

$$\lg 1 = 0$$

$$\lg 0 = -\infty$$

$$\lg \infty = +\infty$$

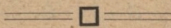
$$\lg ab = \lg a + \lg b$$

$$\lg \frac{a}{b} = \lg a - \lg b$$

$$\lg a^n = n \lg a$$

$$\lg \sqrt[n]{a} = \lg a^{\frac{1}{n}} = \frac{1}{n} \lg a$$

$$\lg \frac{1}{a^n} = \lg a^{-n} = -n \lg a$$



OBCHODNÍ TISKÁRNA
'MERKUR'



PRAHA - II.,
HAVLÍČKOVO NÁM. 21